



形態デザインの最新動向

2.3 Shape Optimization

大学院 教授

陳 沛山

(チン ハイザン、Chen Peishan)

2010年11月11日

お話の流れ

1. 歴史変遷・概説

2. Algorithmic Design { 2.1 Form Design
2.2 Digital Fabrication
2.3 Shape Optimization(形態最適化)

3. S-art(Sart)理念

4. 関連研究成果の報告

構造デザインにおける数理手法の応用

計算機の効果 {

- ・数値解析(数値シミュレーション)
- ・可視化(画像シミュレーション)

構造設計への応用:

- ・目的: 構造設計の自動化、省力化、高速化、高精度化、情報化
- ・手法: 力学解析と構造設計の連携; 設計基準や関連法規をプログラム化

構造デザインへの応用:

- ・目的: 最小重量、最大剛性、最大安定性、その他目的で、形態の修正と創生
- ・手法: 修正的最適化手法、創生的最適化法

用いる数学手法:

- ・数理的手法: 数値解析アルゴリズム、数値解析による最適化
- ・遺伝的アルゴリズム(GA): 高度なプログラム手段

最小重量設計---

ツリー構造の最適化





Stuttgart Airport Tree Structure (ツリー構造)

Peishan Chen, Hachinohe Tech.

最小重量設計(ツリー構造のシミュレーション)

数学モデル:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{minimize } F = \sum_{k=1}^m L_k A_k \\ \text{subject to } \mathbf{g}(\mathbf{X}, \mathbf{A}) = \mathbf{0} \\ \mathbf{h}(\mathbf{X}, \mathbf{A}) \leq \mathbf{0} . \end{array} \right.$$

$$P_k - \alpha_k \sigma_{Yk} A_k \leq 0$$

(部材: $k=1, \dots, m$)

A : 部材断面積

L : 部材長さ

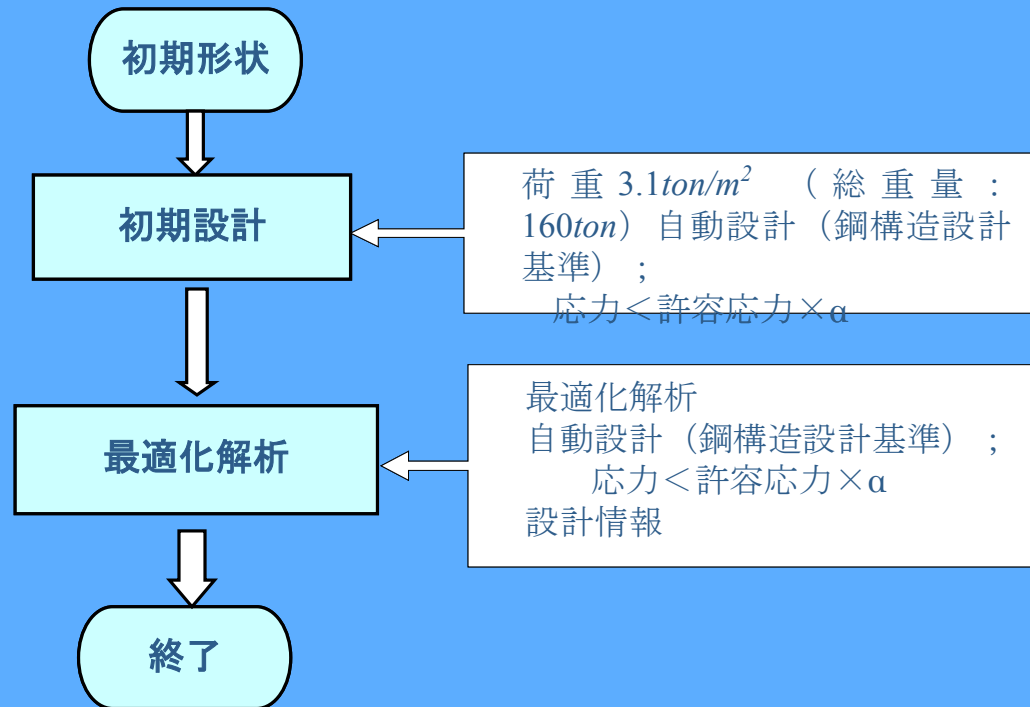
$\mathbf{X}$: 節点座標

P : 部材応力(軸力)

σ_Y : 許容応力度(或いは降伏点)

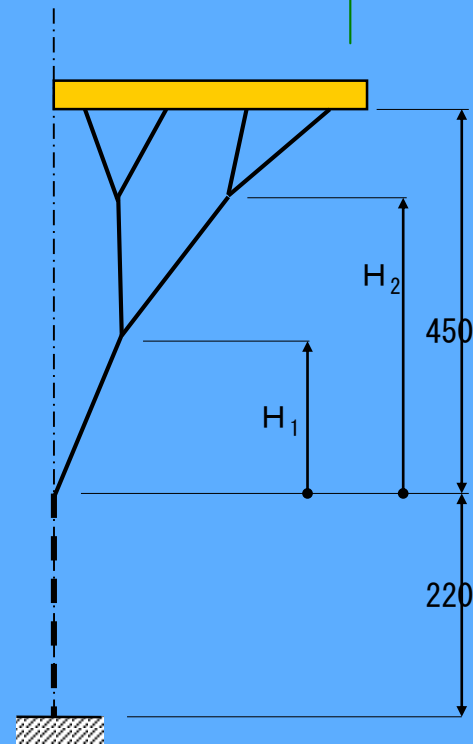
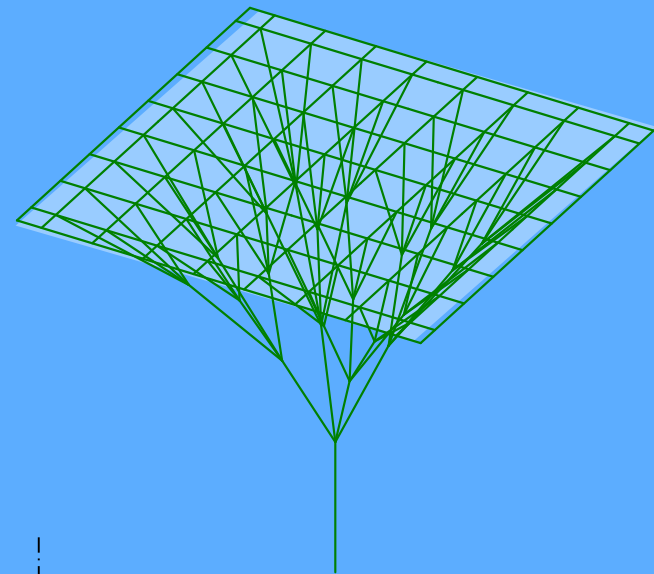
α : 余裕率

解析過程:



	初期形態	最適形態
CASE-1		
CASE-2		
CASE-3		
CASE-4		

解析ケースと得られた最適形態

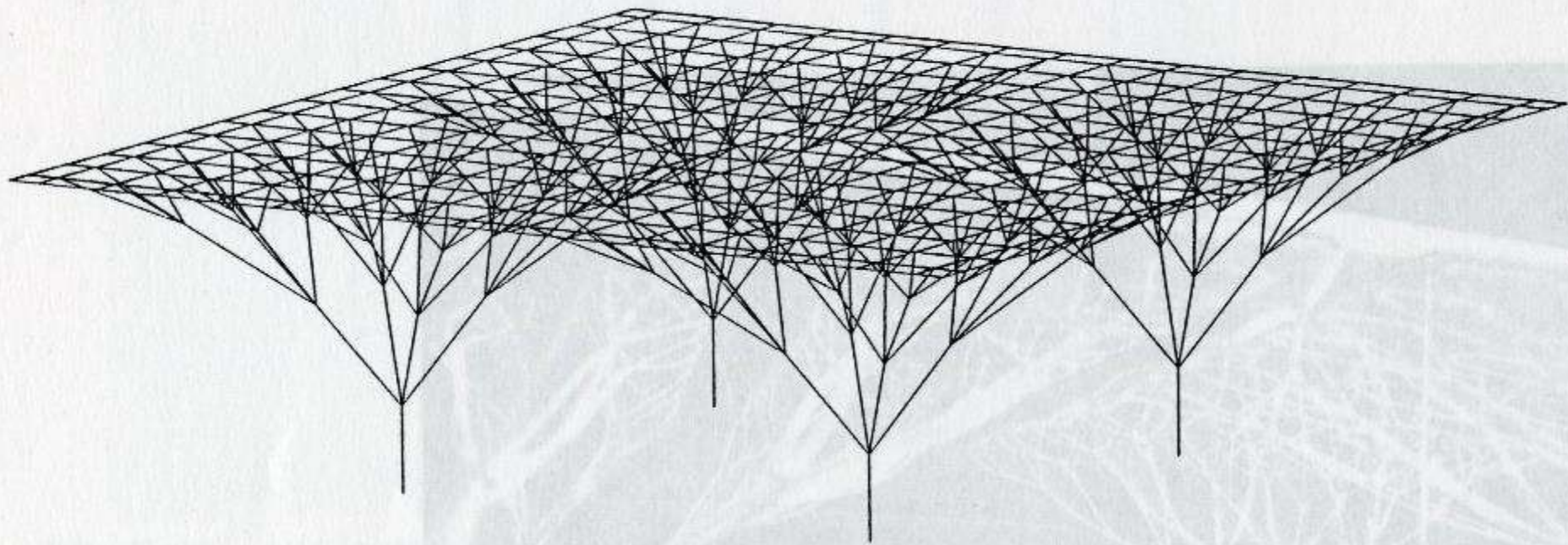


解析結果：

$$H_1 = 210\text{cm}$$

$$H_2 = 382\text{cm}$$

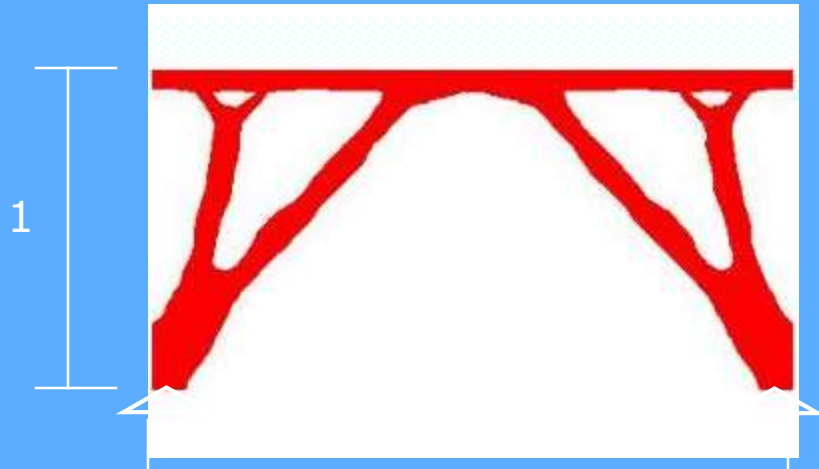
$$H_1:H_2 \div 5/8$$



樹木構造(ツリー構造)

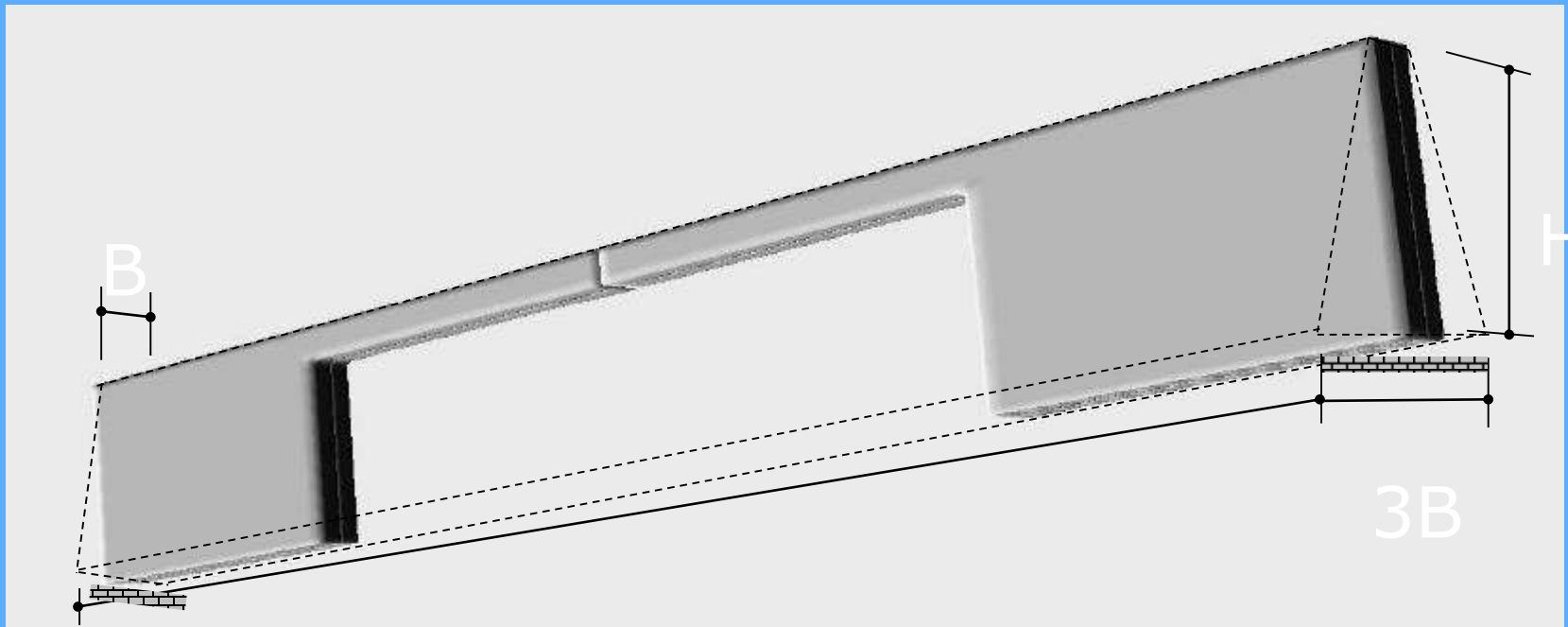
- ・枝はその荷重の中心を支え、モーメントを最小にする。
- ・枝から幹まで荷重を集中することにより幹が太くなる。

Bridge Structures



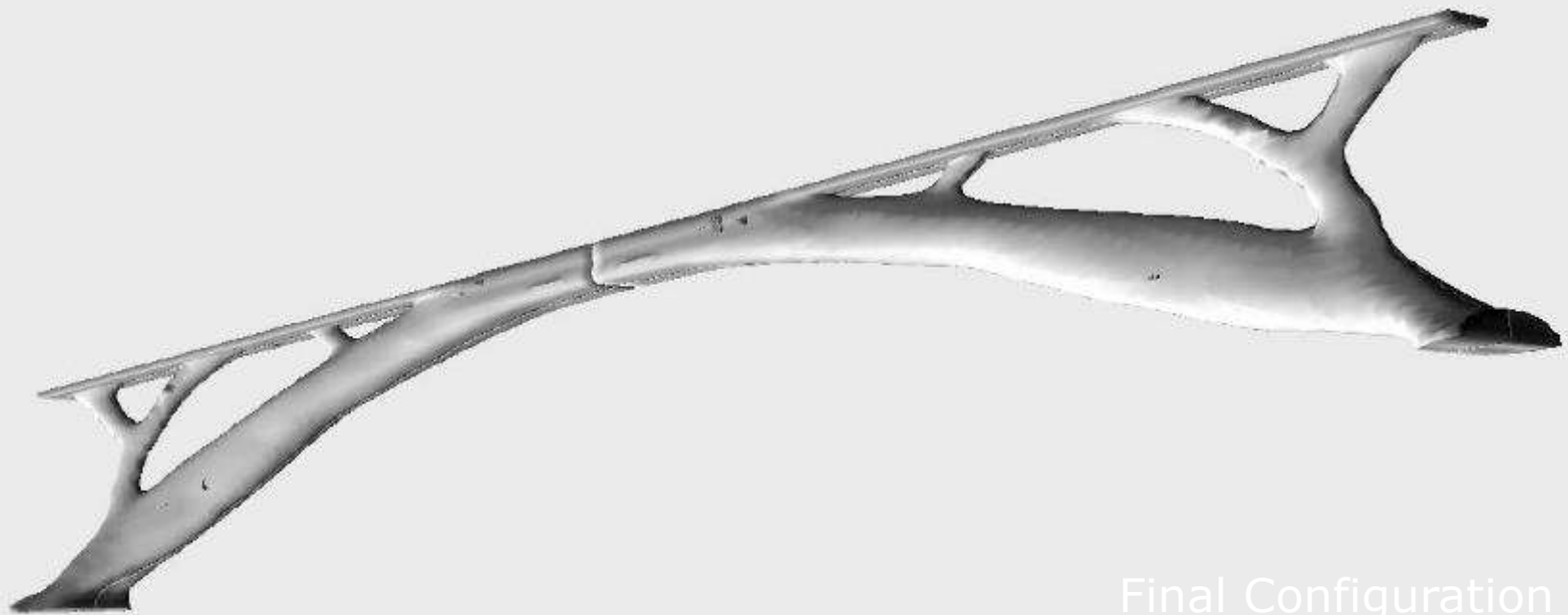
By 名古屋大学 大森先生

3D Bridge Structure



By 名古屋大学 大森先生

3D Bridge Structure



Final Configuration

3D Bridge Structure

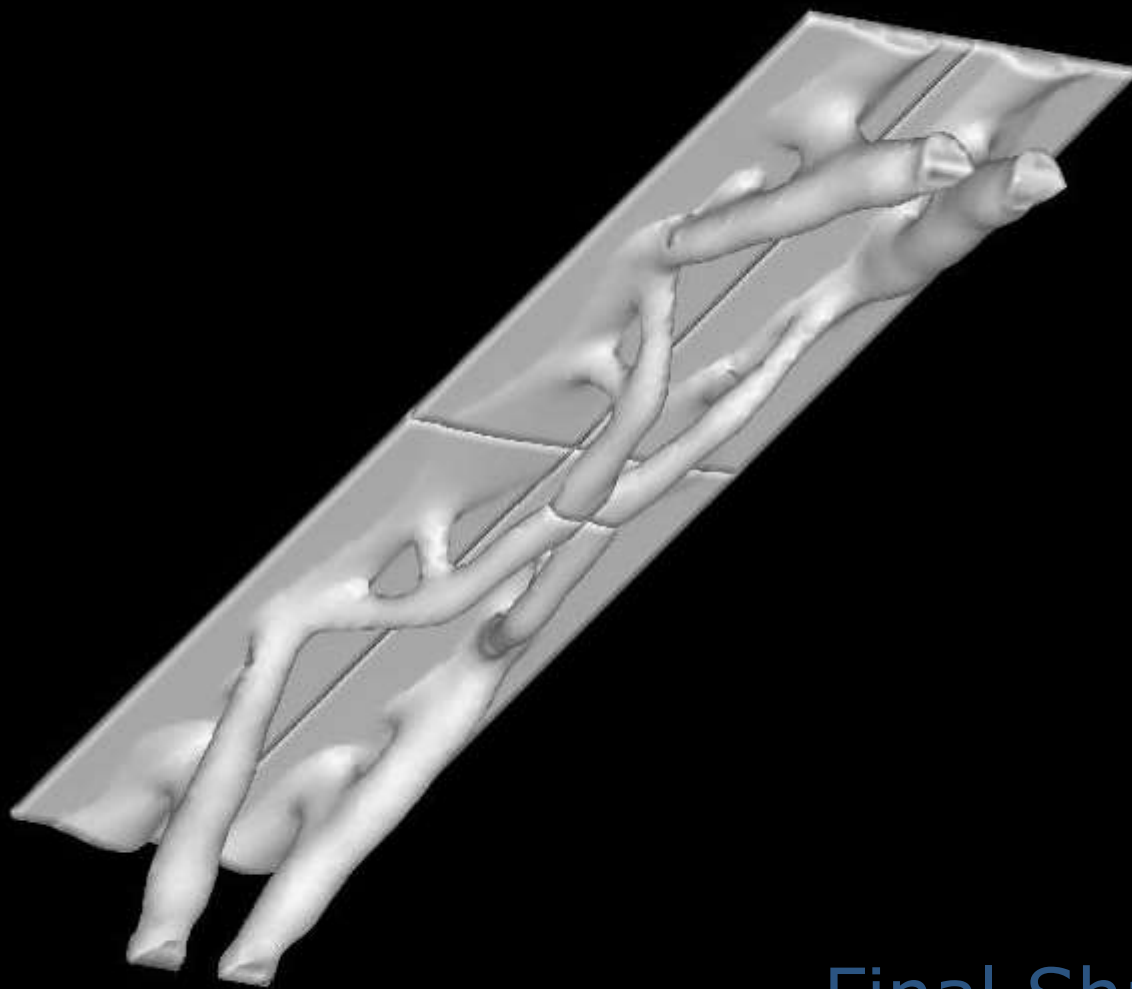


Plan



Elevation

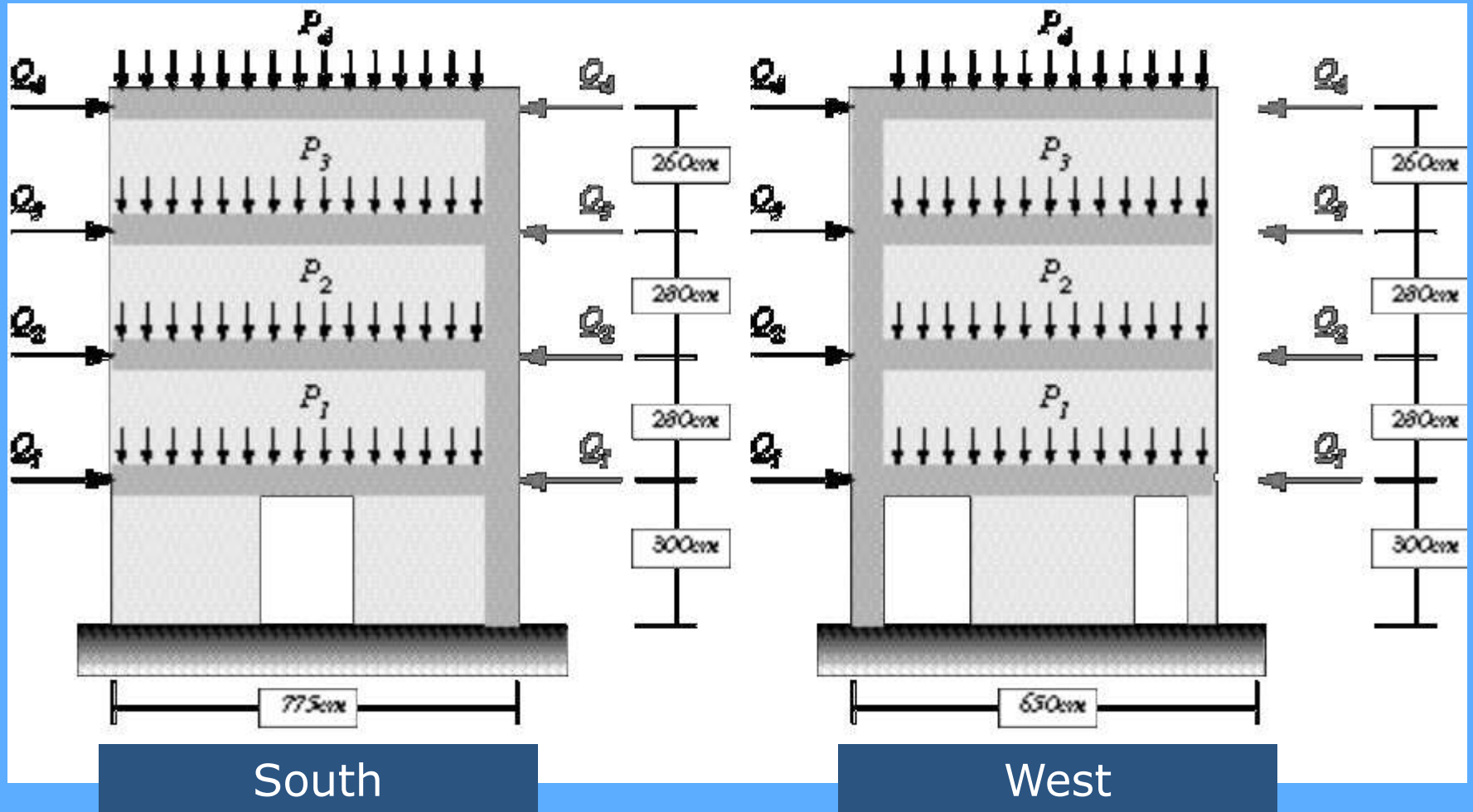
By 名古屋大学 大森先生



Final Shape

From: 名古屋大学 大森先生

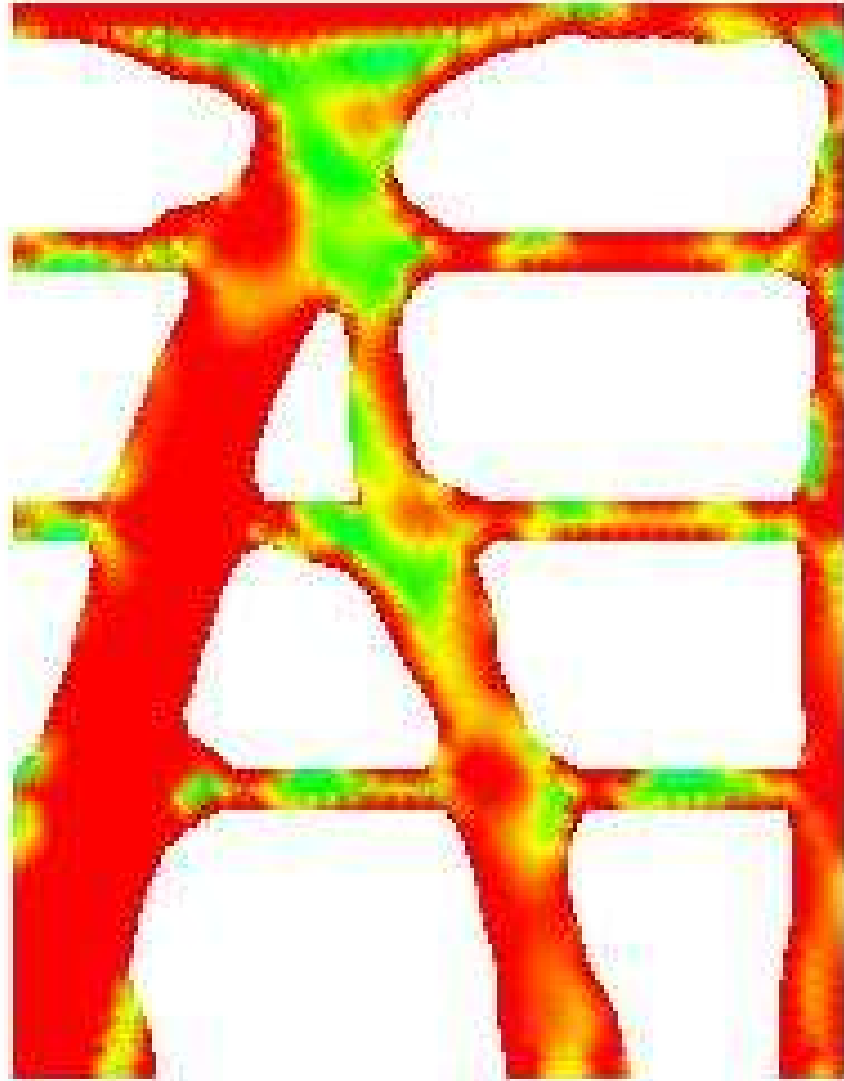
Loading Condition



By 名古屋大学 大森先生

South Wall Evolution

By 名古屋大学 大森先生



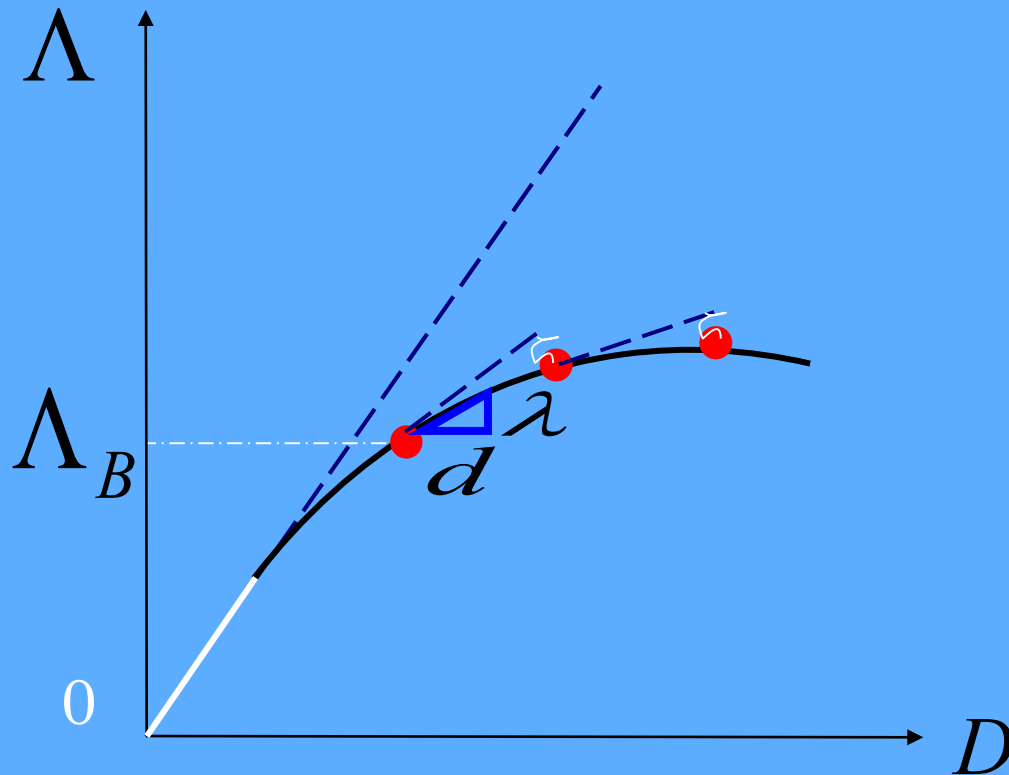
Final

By 名古屋大学



Perspective View

Concept of Nonlinear Analysis



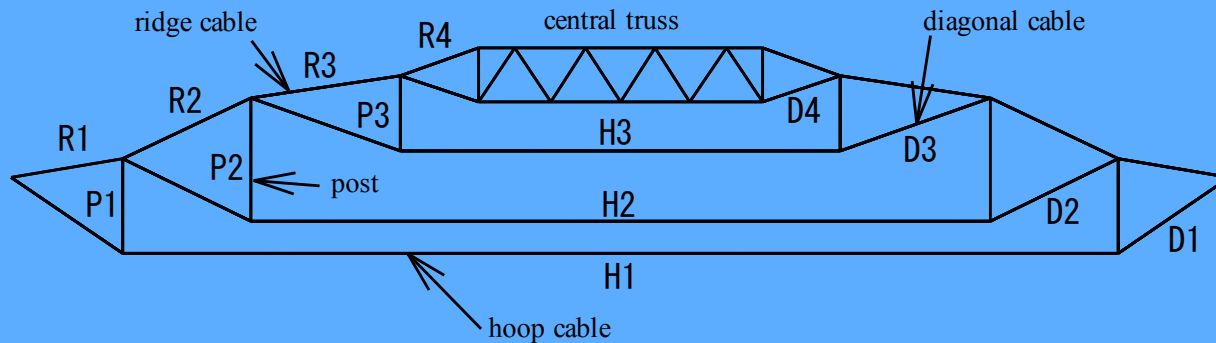
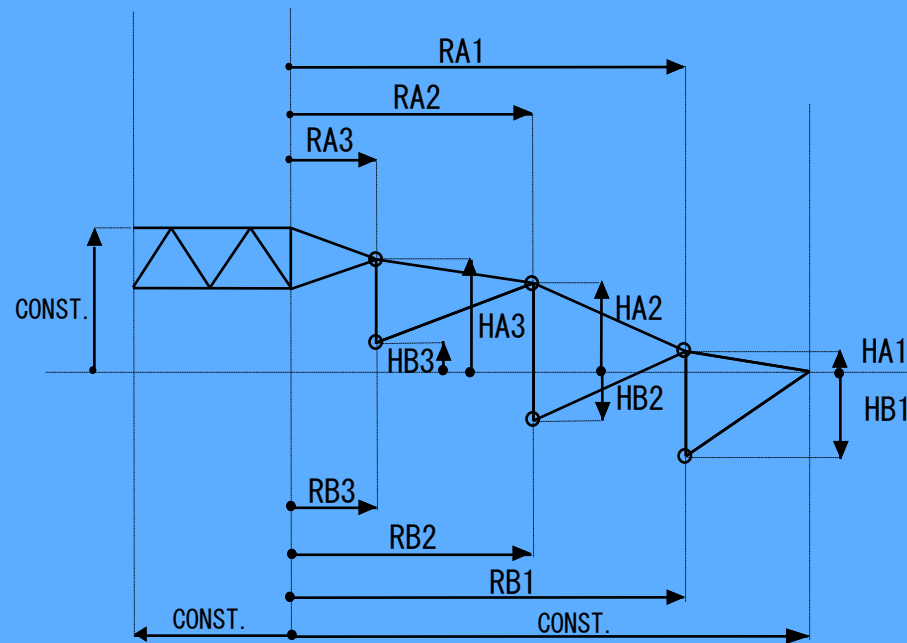
$$\begin{matrix} K \\ \lambda \\ d \end{matrix}$$

$$Kd = \lambda f$$

テンションの原理

Georgia Dome Tensegrity-supported roof, Atlanta, Georgia, 1980
長軸:227m 短軸:185m





最大剛性形態の数学モデル

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{minimize} \quad F = \sum_{i=1}^n D_i^2 \\ \text{based on domain equation: } \mathbf{KD} = \mathbf{Q} \\ \text{subject to:} \\ \quad h_j(\mathbf{X}, \mathbf{A}) = 0; \quad (j = 1, \dots, s < m + n) \\ \quad \mathbf{BP} = \mathbf{0} ; \\ \quad g_k(\mathbf{X}, \mathbf{A}, \mathbf{P}) \leq 0, \quad (k = 1, \dots, t) \end{array} \right.$$

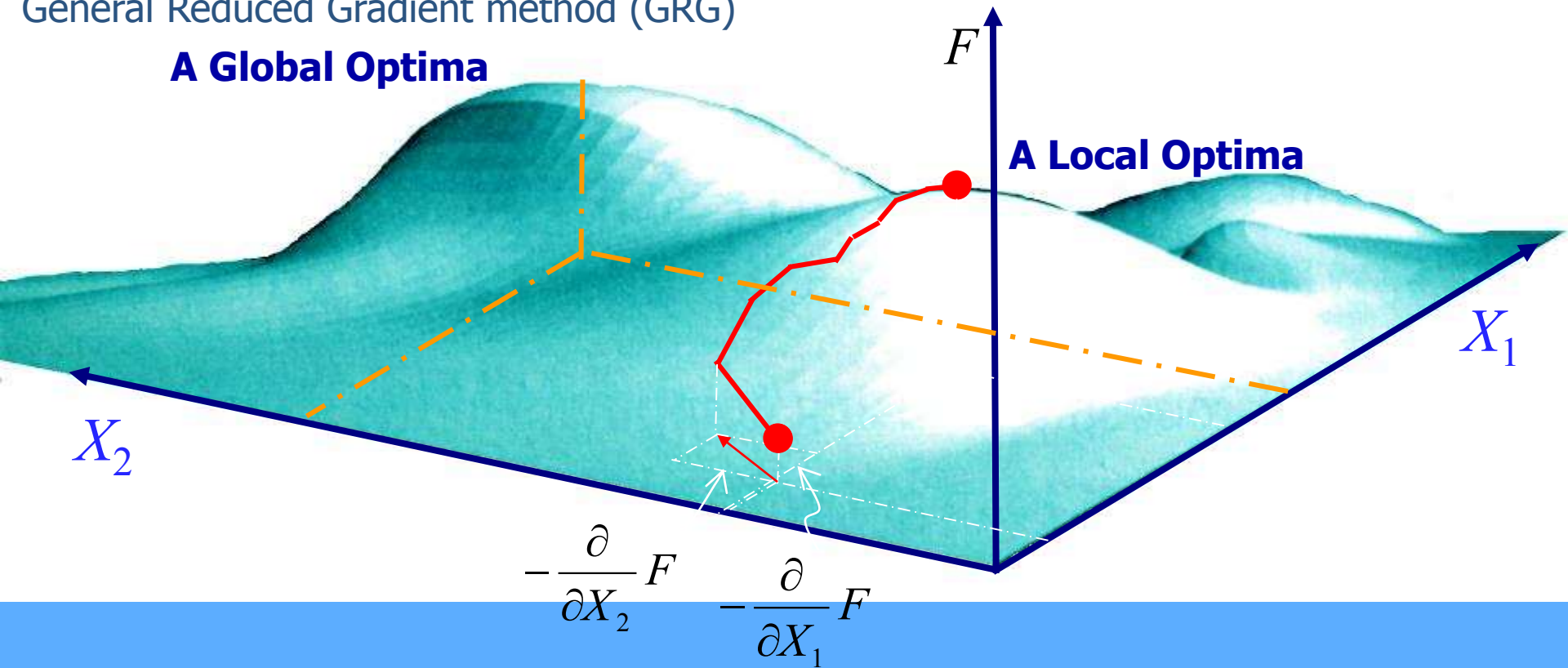
プレストレス導入後に荷重による変位を最小化することを目的として、節点座標、部材断面積とプレストレスの分布を求め、テンション構造の最大剛性形態を定める。

A Local Optima, OK ?

General Reduced Gradient method (GRG)

A Global Optima

A Local Optima



解析概要

General Reduced Gradient method (GRG)

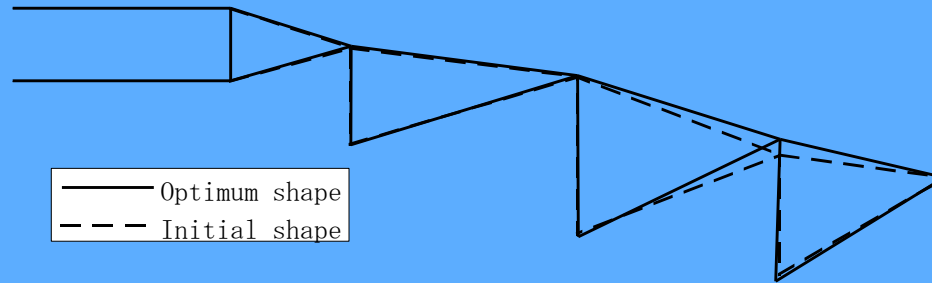
$$\mathbf{K}\mathbf{D} = \mathbf{Q}$$

$$\dot{\mathbf{K}}\mathbf{D} + \mathbf{K}\dot{\mathbf{D}} = \dot{\mathbf{Q}}$$

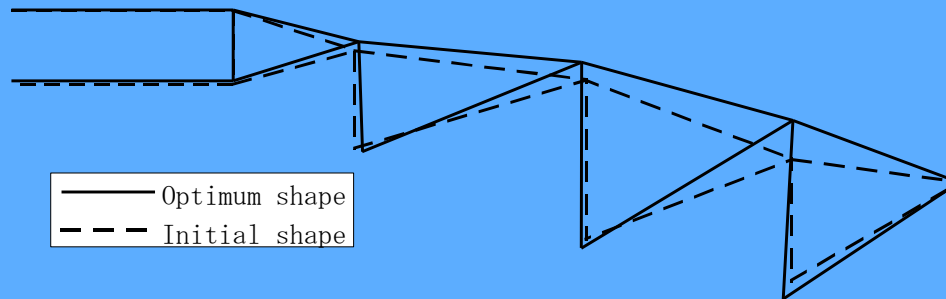
$$\dot{\mathbf{D}} = \mathbf{K}^{-1}(\dot{\mathbf{Q}} - \dot{\mathbf{K}}\mathbf{D})$$

$$\Delta = -\{F_{,k}\}$$

最適形状

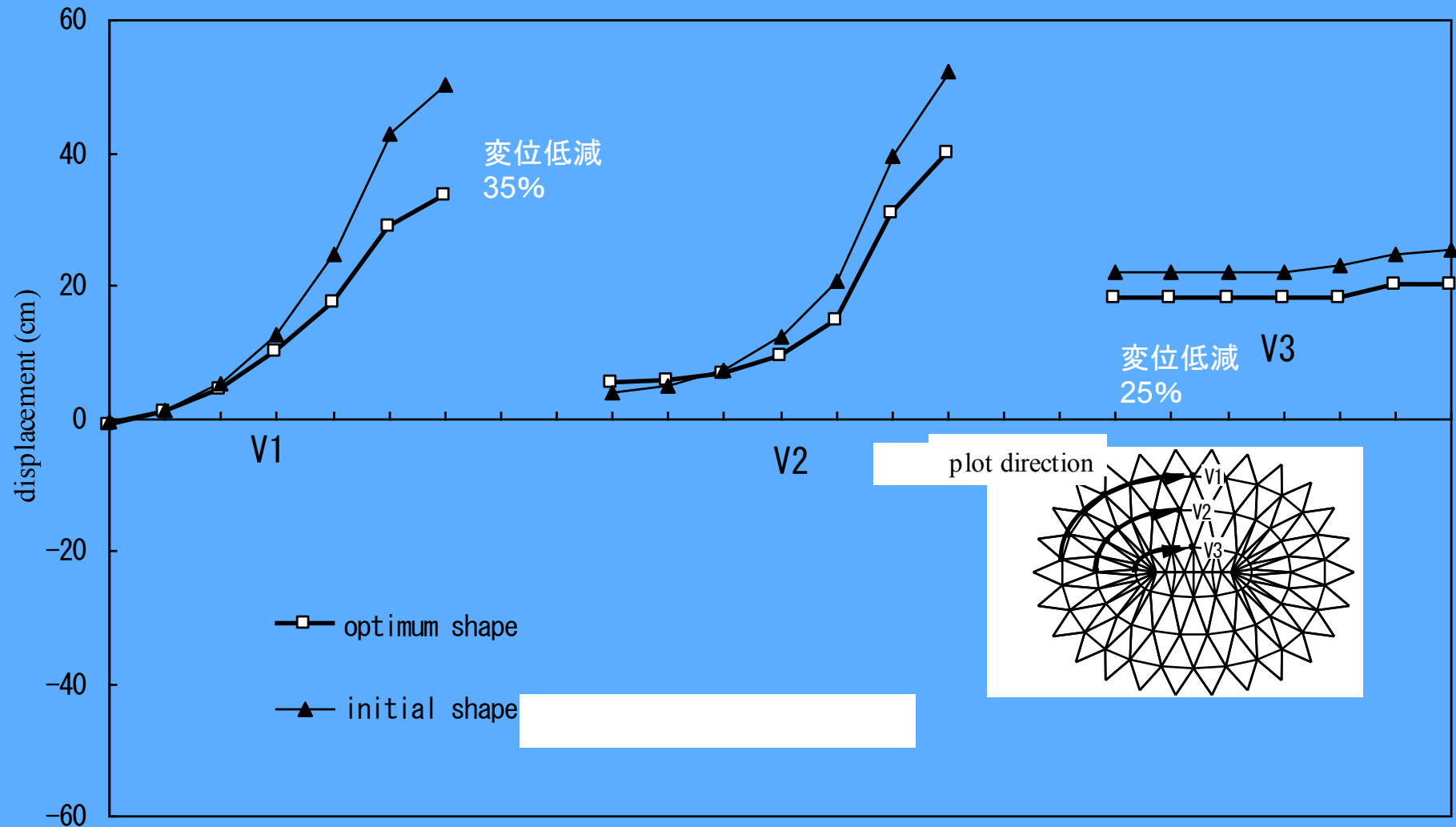


(a) The optimum shape with constraints

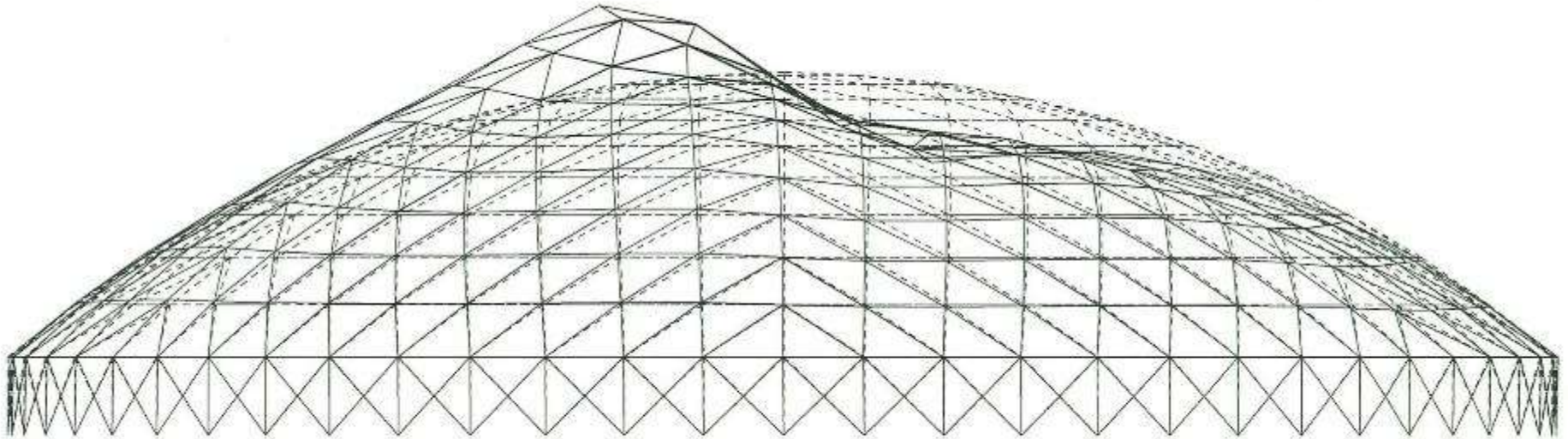


(b) The optimum shape without constraints

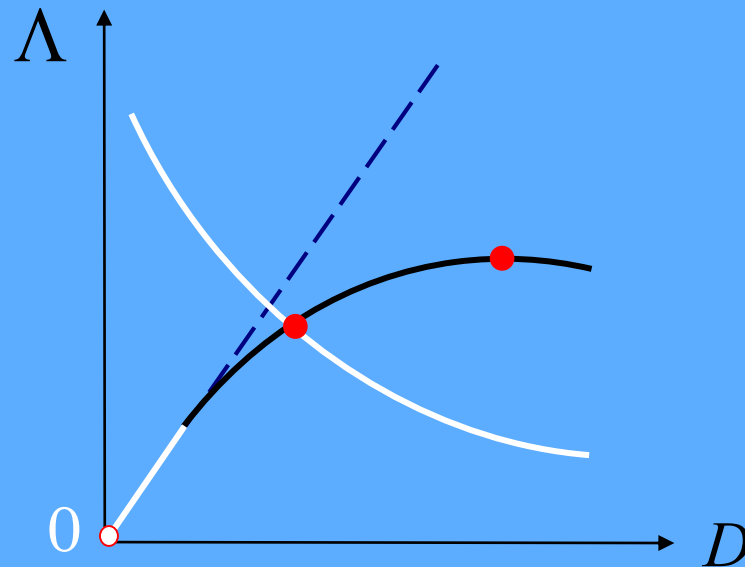
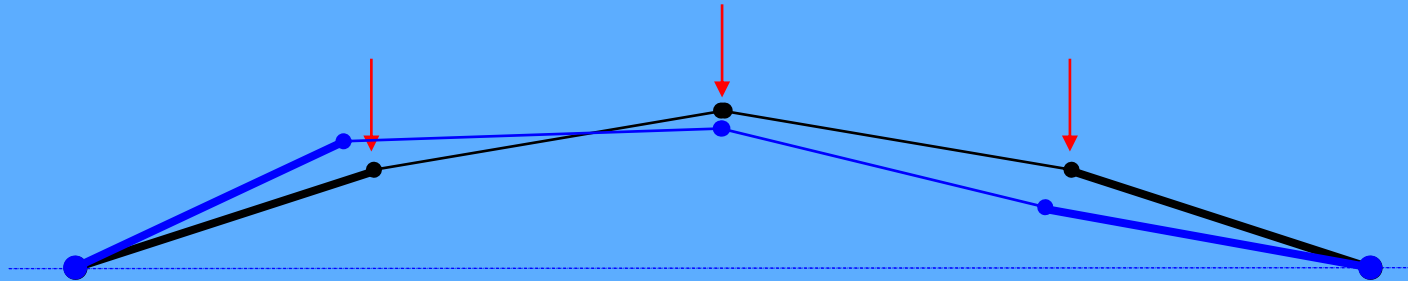
屋根変位の確認



スペースフレームの最大座屈荷重形態

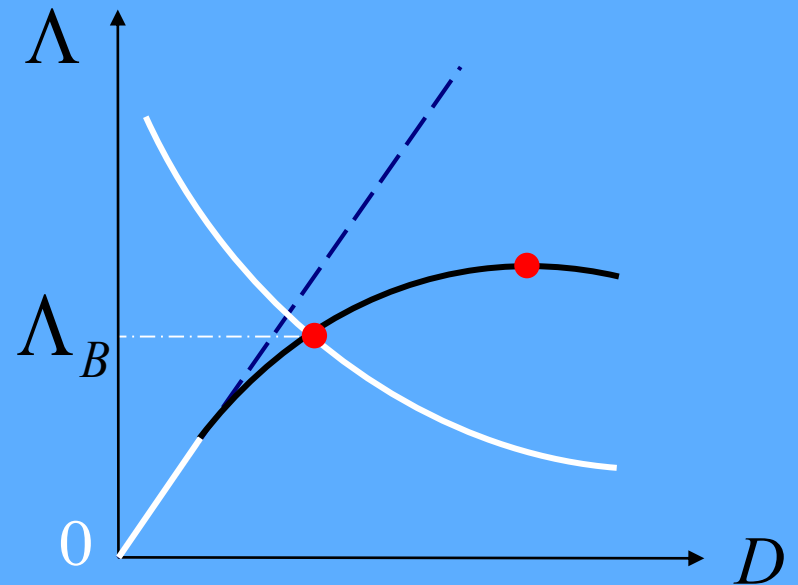


Concept of Buckling

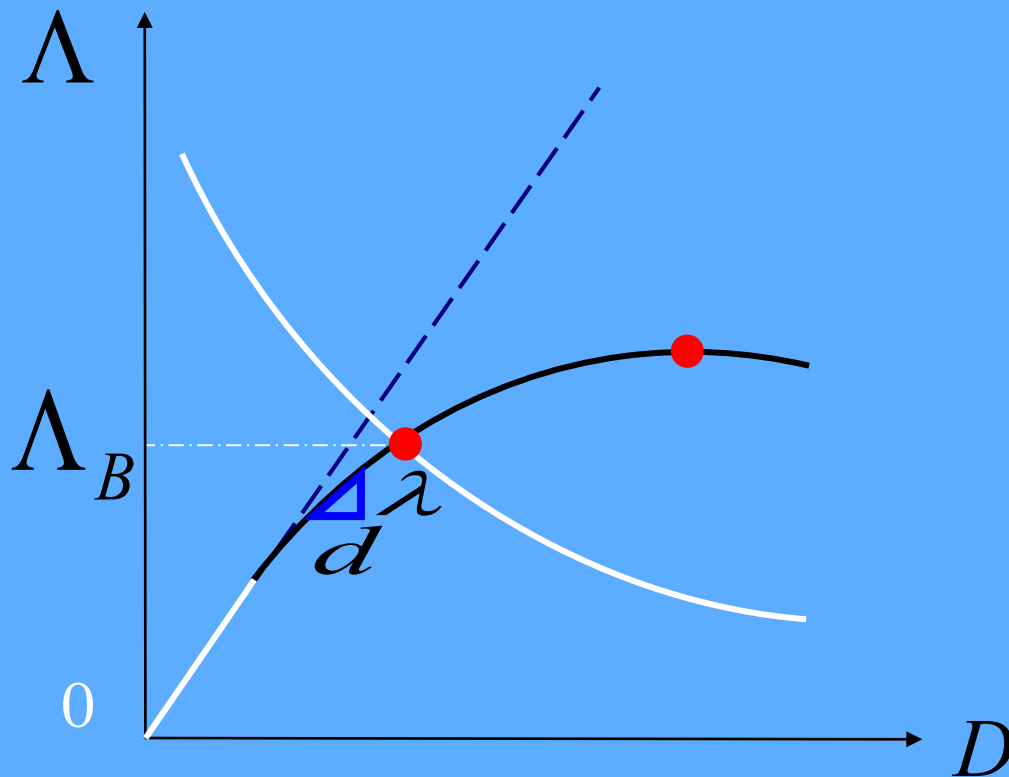


The Optimization for Maximum Buckling Load

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Maximize } \Lambda_B \\ \text{Subject to } \mathbf{h}(\mathbf{X}, \mathbf{U}) = \mathbf{0} \\ \mathbf{g}(\mathbf{X}, \mathbf{U}) \leq \mathbf{0} \end{array} \right.$$



To Find the Bucking Load



$$\frac{K}{d} = \lambda$$

$$Kd = \lambda f$$

$$\Lambda_B = \sum_{u=1}^T \lambda^u$$

Bucking Load in Explicit Function

$$\mathbf{K}\mathbf{d} = \lambda\mathbf{f}$$

$$b_i = \begin{cases} 0 & , \quad \forall f_i = 0 \\ \frac{1}{N} f_i^{-1}, \forall f_i \neq 0 \end{cases} \quad \mathbf{b}^\top \mathbf{f} = 1$$

$$\lambda^u = \mathbf{b}^\top \mathbf{K}^u \mathbf{d}^u$$

Objective Function for Optimization

$$\lambda^u = \mathbf{b}^\top \mathbf{K}^u \mathbf{d}^u$$

$$\Lambda_B = \sum_{u=1}^T \lambda^u$$

$$\Lambda_i = \mathbf{b}^\top \sum_{u=1}^S \mathbf{K}^u \mathbf{d}^u \quad ; \quad (i = 1, 2, \dots, l)$$

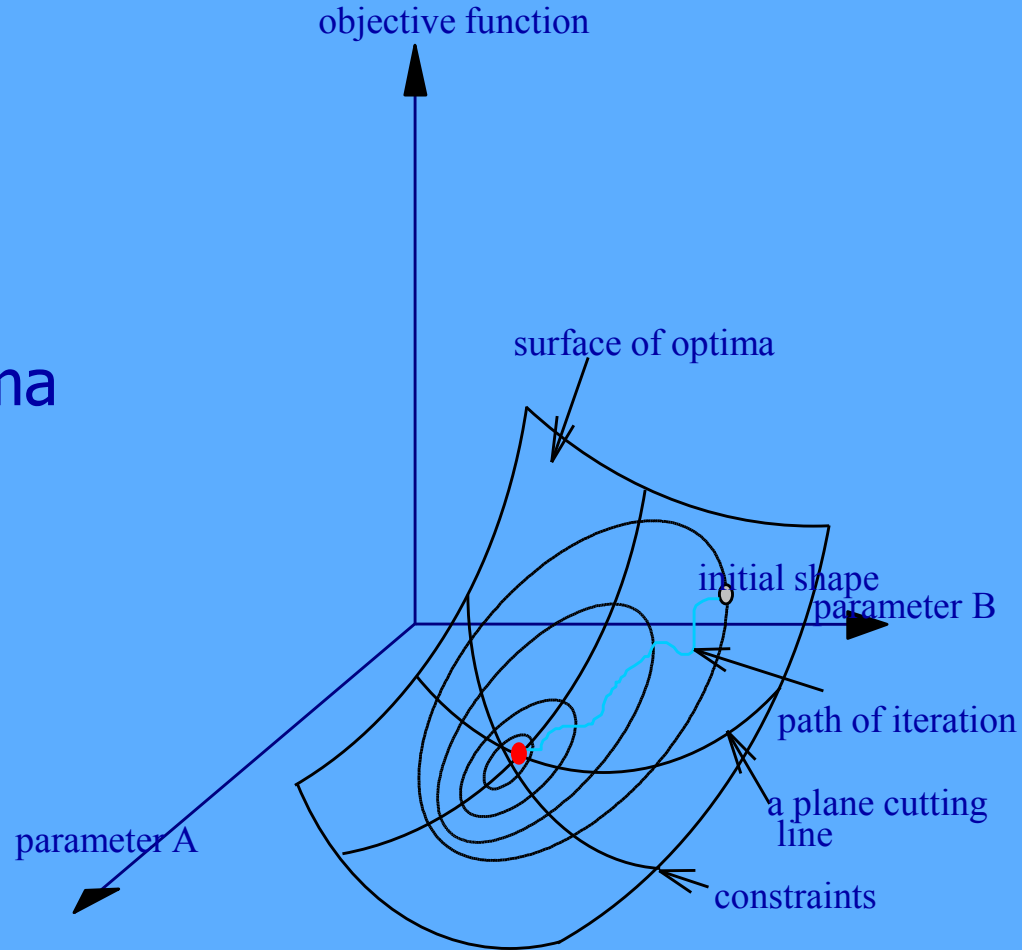
The Mathematical Model

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Maximize } F = \sum_{i=1}^l w_i^i \Lambda \\ \text{Subject to :} \\ \quad h_j(\mathbf{X}, \mathbf{U}) = 0; \quad (j = 1, \dots, s) \\ \quad g_k(\mathbf{X}, \mathbf{U}) \leq 0, \quad (k = 1, \dots, t) \end{array} \right.$$

$${}_i\Lambda = {}_i\mathbf{b}^\top \sum_{u=1}^S {}_i\mathbf{K}^u {}_i\mathbf{d}^u \quad ; \quad (i = 1, 2, \dots, l)$$

To Find the Optima

The concept of
the surface of optima

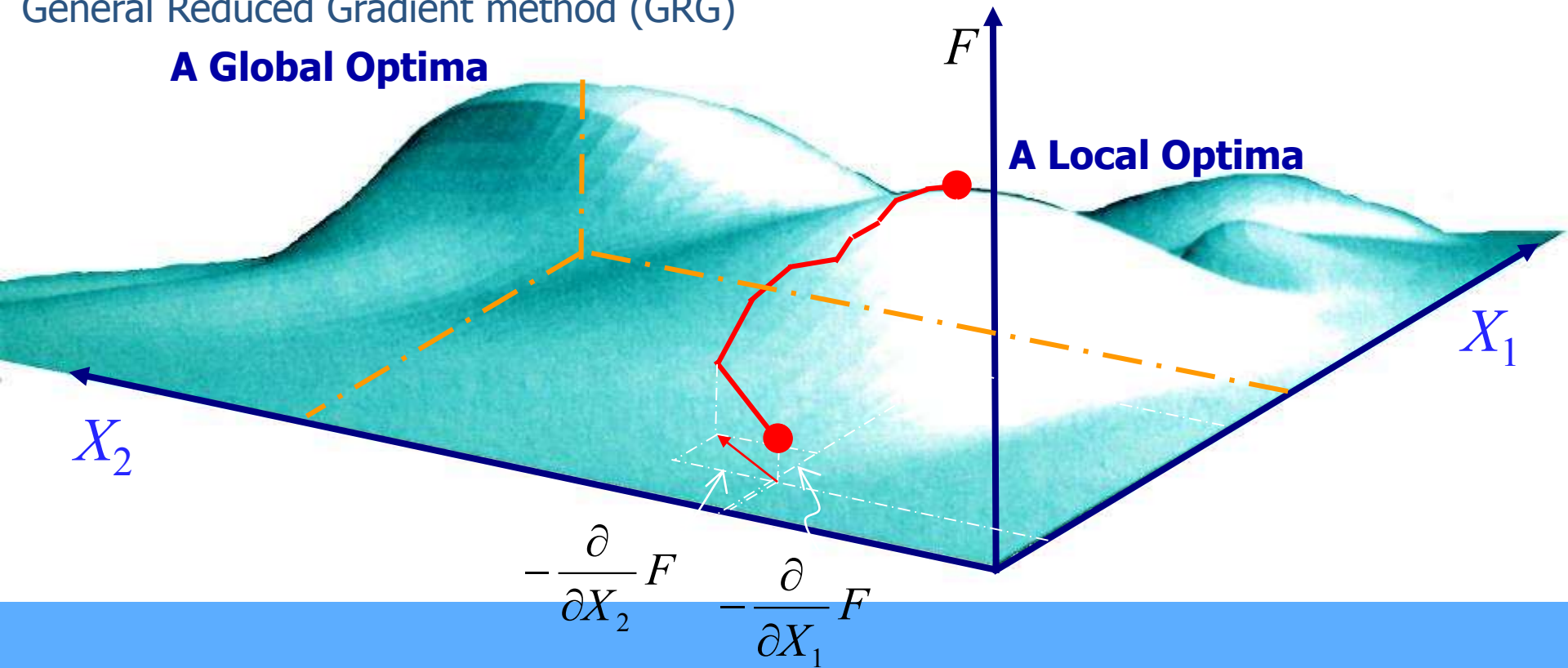


Iteration direction

General Reduced Gradient method (GRG)

A Global Optima

A Local Optima

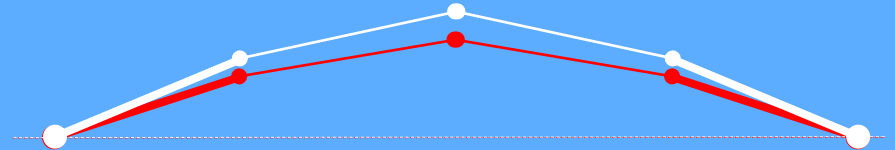
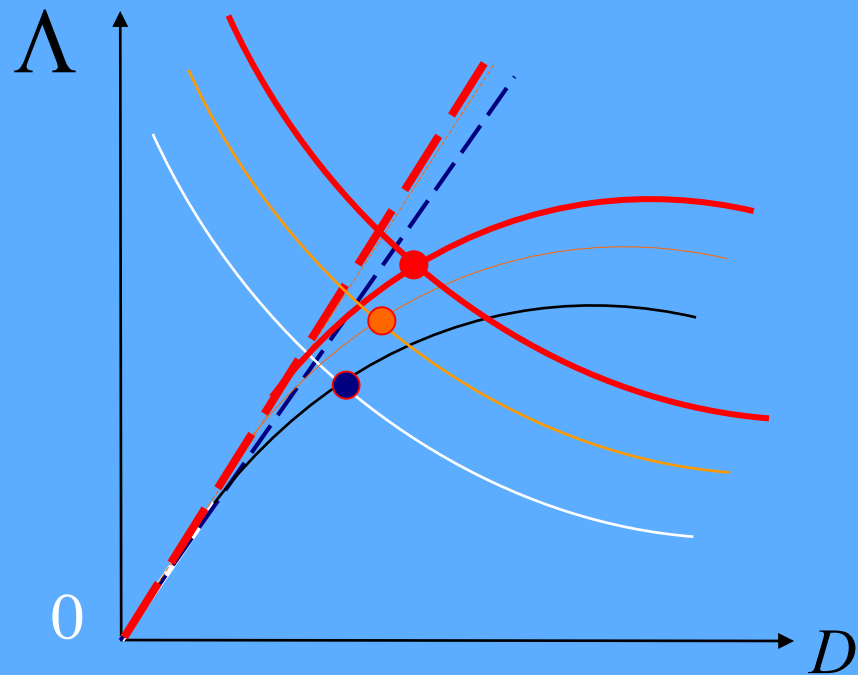


Direction to Change the Shape

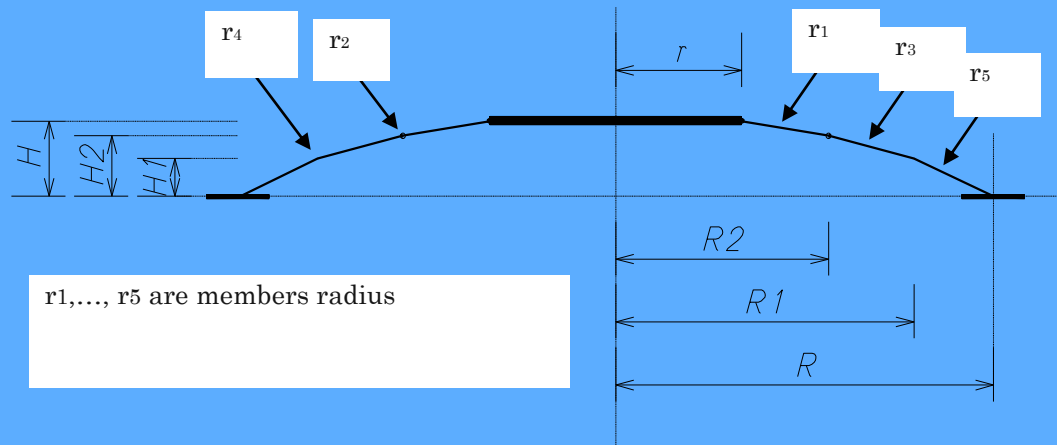
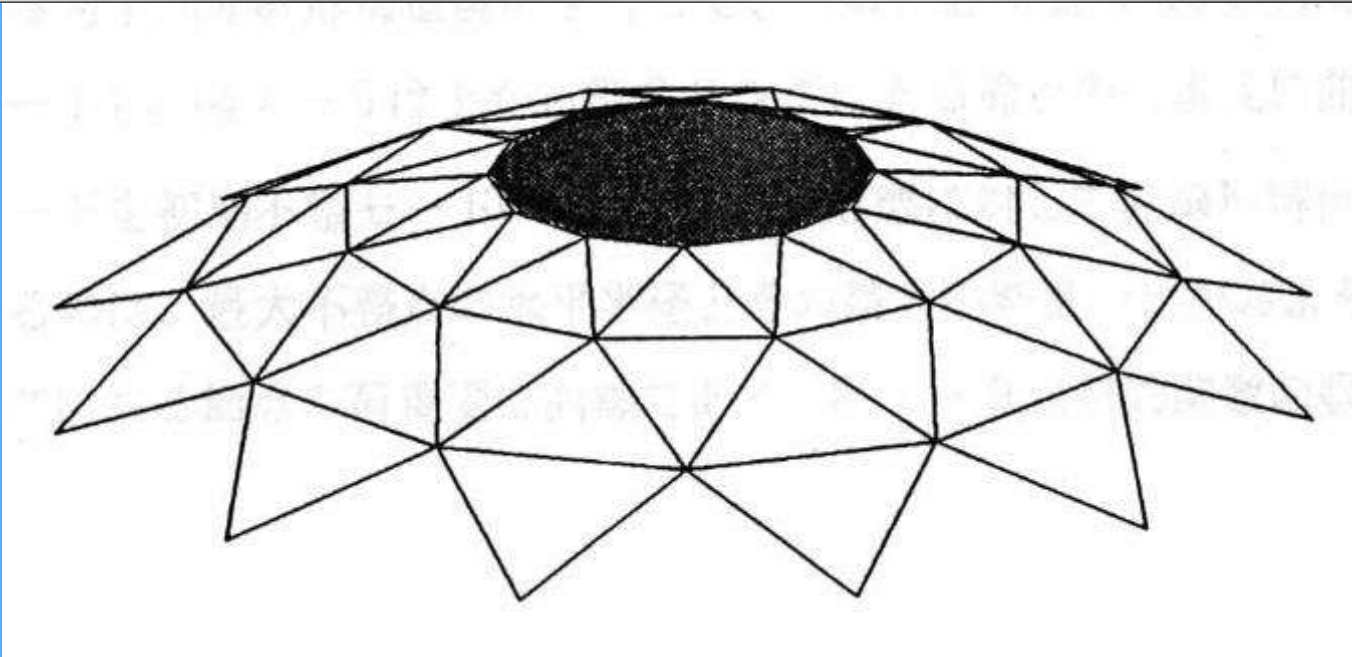
$$\begin{aligned}\dot{\Lambda}_{,i} &= \dot{\mathbf{b}}^{\top}_{,i} \sum_{u=1}^T \mathbf{K}^u \mathbf{d}^u + \mathbf{b}^{\top} \sum_{u=1}^T \dot{\mathbf{K}}^u_{,i} \mathbf{d}^u \\ &= \Lambda \dot{\mathbf{b}}^{\top}_{,i} \mathbf{f} + \mathbf{b}^{\top} \sum_{u=1}^T \dot{\mathbf{K}}^u_{,i} \mathbf{d}^u \quad (i = 1, 2, \dots, n + m)\end{aligned}$$

$$\dot{\Lambda}_{,i} = \Lambda \dot{b}_{j,i} f_j + b_{j,i} \dot{K}_{jl,i} d_l$$

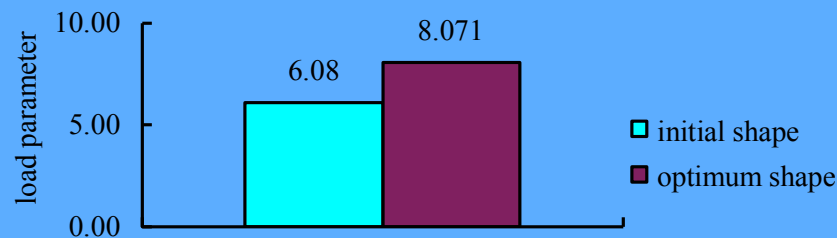
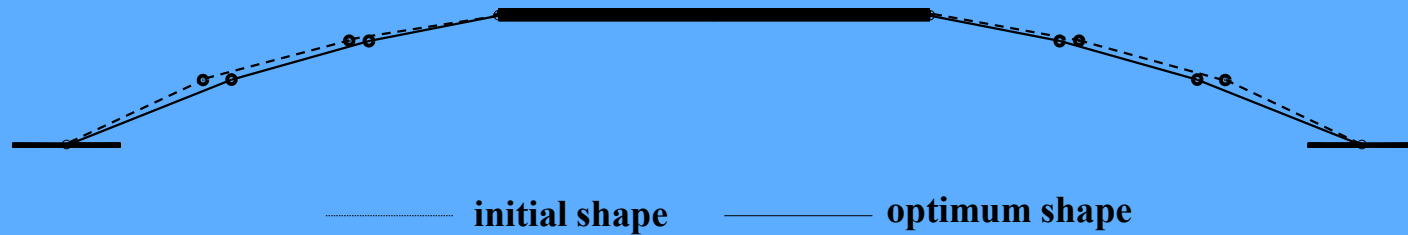
The Process of the Optimization



解析例題

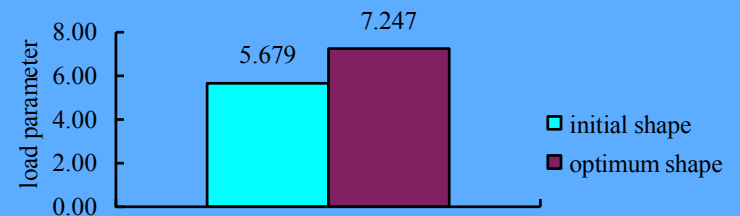


最適化解析の結果



Full area loading case

Figure 8. The increasing of the buckling load parameter is 32.75% as that of its initial shape



Half area loading case

Figure 9. The increasing of the buckling load parameter is 27.61% as that of its initial shape

荷重変位曲線の一例

