

自由表面・圧力流れのダイナミック ネットワークモデルの構築と 都市域下水道網への適用

DYNAMIC NETWORK MODEL FOR FREE-SURFACE-PRESSURIZED FLOWS
AND ITS APPLICABILITY TO SEWER NETWORK IN THE URBAN AREA

秋山 壽一郎¹・重枝 未玲²・田邊 武司³
Juichiro AKIYAMA, Mirei SHIGE-EDA and Takeshi TANABE

¹フェロー会員 Ph. D. 九州工業大学大学院教授 工学研究院建設社会工学研究系
(〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町1-1)

²正会員 博士(工) 九州工業大学大学院准教授 工学研究院建設社会工学研究系 (同上)

³学生会員 九州工業大学大学院 工学研究科建設社会工学専攻 (同上)

Dynamic network model for free-surface-pressurized flows was constructed. The model was based on flux-difference splitting scheme combined with the Preissmann slot to simulate flows in a closed conduit wherein the flow may change from free-surface to pressurized flow and vice-versa. The model was verified against available experimental data on free-surface or free-surface-pressurized flow. Thereafter, the model was tested against some exacting sample problems. It is demonstrated that the model yields very reasonable results in all the cases considered. The simulation of water movement in the sewer network in the Iizuka-city area, which suffered the greatest damage in the Onga basin, was conducted to examine the model's applicability to sewer network in the urban area.

Key Words : *free-surface-pressurized flow, dynamic network model, Preissmann slot, flux-difference splitting, sewer network, urban area*

1. はじめに

近年、集中豪雨の激化に伴い、洪水氾濫が頻発している。そのため、ハード面での対策のみならず、被害を最小限に止めるようなソフト面での対策が強く求められている。現行の対策は、外水氾濫を主体として体系化されており¹⁾、内水域が存在する場合は多い都市域では限界が生じる可能性が高い。特に、避難場所、経路、手段を含む避難計画などの危機管理対策を講じる際には、内水氾濫は外水氾濫よりも早期に生じるために内水氾濫によってどの経路が通行不能になるかなどを検討する必要がある。

都市域では、雨水は下水道により排水されるため、内水氾濫を予測するためには下水道網の解析が不可欠である²⁾³⁾⁴⁾⁵⁾。下水道では流入する雨水の流量に応じて、自由表面あるいは圧力流れが生じる。圧力流れが生じた区間は、地表面からの排水が困難となる区間であるため、内水氾濫を予測する上で重要となる。下水道のような管

路内を自由表面流れから圧力流れへ遷移する、またその逆に遷移する流れを自由表面・圧力流れと呼ぶ。

一般に、自由表面流れと圧力流れの基礎方程式は異なるため、自由表面圧力流れのシミュレーションには異なった二つの基礎方程式が必要となる。しかし、自由表面流れと圧力流れの基礎方程式を比較すると、自由表面流れの基礎方程式は、水深をピエゾ水頭と等しいと仮定することで、圧力流れに適用可能であることがわかっている⁶⁾。そこで、管路天端に非常に狭いスロットを設けることで、流積や潤辺を増加させず自由表面流れに基礎方程式で自由表面流れを予測できるスロットモデルが提案されている⁹⁾。

本研究は、以上のような背景を踏まえ、都市域を対象に内水・外水氾濫を取り扱うことが可能な氾濫解析モデルの構築を最終的な目的としている。ここでは、まず、圧力・自由表面流れのダイナミックネットワークモデルを新たに構築した。下水管については1次元のスロットモデルを用い、下水管を接続する合流部や湾曲部などでは流向の変化が考慮できる平面2次元スロットモデルを

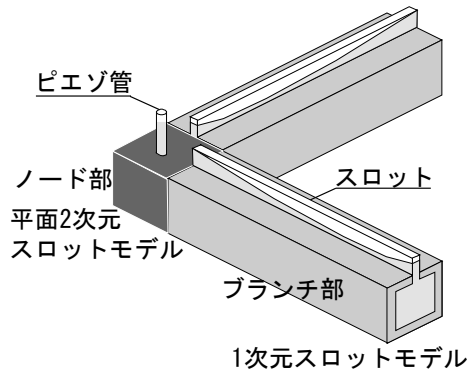


図-1 ダイナミックネットワークモデル

導入した。次に、同モデルを自由表面流れあるいは圧力・自由表面流れの実験結果に基づき検証した。最後に、同モデルを用いて2003年九州豪雨災害時の飯塚市の下水道網の解析を行うとともに、解析結果とレーザープロファイラーによる標高データとを比較することで、排水不良が生じやすい箇所を推定した。

2. ダイナミックネットワークモデルの概要

ネットワークモデルでは、下水道をブランチ、下水道の始点と終点をノードとして、各ブランチをノードで接続することで下水道網を取り扱う。一般に、ブランチでは1次元のスロットモデルにより、ノードでは、各ブランチから流入する流量と質量保存により水深と流速が求められる。しかし、このようなモデルは運動量保存を考慮しているわけではないので、当然のことながら、接続部での水位あるいは圧力上昇を考慮することはできない。そこで、ノードに質量保存則に加えて運動量保存則を考慮した平面2次元スロットモデルを導入し、ノード部についても運動量保存を考慮できる、図-1に示すようなダイナミックネットワークモデルとした。以下ではブランチとノードの各モデルの概要について述べる。いずれのモデルについても、基礎方程式の離散化は流束差分法(FDS法)⁷⁾に基づき行った。

(1) ブランチ部の数値モデルの概要

a) 基礎方程式

ブランチ部での流れの基礎方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + S = 0 \quad (1)$$

ここに、 U =保存量ベクトル、 E =流束ベクトル、 S =発生・消滅項ベクトルである。これらのベクトルは次式によって表される。

$$U = (A \quad uA)^T ; \quad E = (uA \quad u^2A + gF_h)^T ; \quad (2)$$

$$S = (q \quad -gA(S_0 - S_f))^T$$

ここで、 A =流積、 u =流速、 g =重力加速度、 S_0 、 S_f =水路

床勾配と摩擦勾配、 F_h =静水圧項、 q =単位長さ当りの流入量である。行列 E のヤコビアン J は次式で表される。ヤコビアン J の正負により波の伝播速度が決定される。

$$J = \frac{\partial E}{\partial U} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ gA/W(h) - u^2 & 2u \end{bmatrix} \quad (3)$$

ここに、 $W(\eta)$ =底面から高さ η の位置での水路あるいは管路幅を表しており、開水路の場合 $W(h)$ が水面幅となる。ヤコビアン J は対角化可能で、その固有値と固有ベクトルはそれぞれ式(4)、式(5)で表される。

$$e^{1,2} = \begin{pmatrix} 1 \\ u \pm c \end{pmatrix} \quad (4) ; \quad \lambda^{1,2} = u \pm c \quad (5)$$

ここで、 c =波の伝播速度であり、次式で表される。

$$c = \sqrt{\frac{gA}{W(h)}}$$

スキームの保存性を満足させるには、ヤコビアン J の代わりに近似ヤコビアンを用いる必要がある⁷⁾。近似ヤコビアンは、以下の平均流速(式(6))と波の伝播速度(式(7))により求められる。

$$u_{i\pm 1/2} = \frac{A_{i\pm 1}^{1/2} u_{i\pm 1} + A_i^{1/2} u_i}{A_{i\pm 1}^{1/2} + A_i^{1/2}} \quad (6) ; \quad c_{i\pm 1/2}^2 = g \frac{\Delta(F_h)_{i\pm 1/2}}{\Delta A_{i\pm 1/2}} \quad (7)$$

ここに、 $\Delta(\bullet)_{i\pm 1/2} = (\bullet)_{i+1} - (\bullet)_i$ である。

b) 数値解法

FDS法⁷⁾に基づくと、式(1)は次式のように離散化される。

$$U_i^{t+1} = U_i^t - \frac{\Delta t}{\Delta x} [F_{i+1/2}^t - F_{i-1/2}^t] - S_i^t \Delta t \quad (8)$$

ここに、 i 、 t はそれぞれ空間および、時間に関する添え字、 Δt : 時間刻み幅、 Δx : 格子幅である。 $F_{i+1/2}$ 、 $F_{i-1/2}$ はFDS法に基づく数値流束であり以下の式で表される。

$$F_{i\pm 1/2} = (F_1 \quad F_2)^T = 0.5(E_i + E_{i\pm 1}) - 0.5 \sum_{k=1}^2 |\lambda_{i\pm 1/2}^k| \alpha_{i\pm 1/2}^k e_{i\pm 1/2}^k \quad (9)$$

ここで、 α =波の強さであり、以下のように定義される。

$$\alpha_{i\pm 1/2}^{1,2} = e_{i\pm 1/2}^{-1} \Delta U_{i\pm 1/2} \quad (10)$$

c) 発生消滅項の取り扱い

水路床勾配と摩擦勾配は、それぞれ次のように処理する。摩擦勾配はManningの公式によって計算される。

$$S_f = \frac{Q|Q|n^2}{A^2 R^{4/3}} \quad (11)$$

ここに、 n =Manningの粗度係数、 Q =流量、 $R=A/P$ で表される径深であり、 P =潤辺である。

水路床勾配は、Roeの風上解法における数値流束と同様に風上を行う⁸⁾。

d) 圧力流れの取り扱い

圧力流れが発生した場合には、図-1に示す幅の非常に狭いスロットにより水深を強制的に上昇させ圧力を上昇させる。水深、静水圧および潤辺は、それぞれ以下のような式で表される。

$$h = h_f + \frac{A - A_f}{b_s}; \quad P = P_f;$$

$$F_h = A_f \left(0.5h_f + \frac{A - A_f}{b_s} \right) + \frac{(A - A_f)^2}{2b_s} \quad (12)$$

ここに、 A_f =満管時の断面積、 P_f =満管時の潤辺、 h_f =満管時の水深（断面形状が長方形の場合には水路高、円形の場合には直径 d ）、 b_s =スロット幅である。

(2) ノード部の数値モデルの概要

a) 基礎方程式

ノード部での流れの基礎方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial \mathbf{U}_{node}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}_{node}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}_{node}}{\partial y} + \mathbf{S} = \mathbf{0} \quad (13)$$

ここに、 \mathbf{U} =保存量ベクトル、 \mathbf{E} 、 \mathbf{F} = x 、 y 方向の流束ベクトル、 \mathbf{S} =発生・消滅項ベクトルである。下付けのnodeは、node部の諸量であることを示している。これらのベクトルは次式によって表される。

$$\mathbf{U}_{node} = (h \quad uh \quad vh)^T; \quad \mathbf{E}_{node} = (uh \quad u^2h + 0.5gh^2 \quad uvh)^T$$

$$\mathbf{F}_{node} = (vh \quad uvh \quad v^2h + 0.5gh^2)^T$$

$$\mathbf{S}_{node} = (q \quad -gh(S_{ox} - S_{fx}) \quad -gh(S_{oy} - S_{fy}))^T \quad (14)$$

ここに、 h =水深、 u 、 v = x 、 y の流速、 g =重力加速度、 S_{ox} 、 S_{oy} 、 S_{fx} 、 S_{fy} = x 、 y 方向の水路床勾配と摩擦勾配、 q =単位面積当りの流入出流量である。

b) 数値解法

ノードの基礎方程式は、非構造有限体積法に基づくFDS法⁹⁾により、次式のように離散化される。

$$A_k \frac{U_{nodek}^{t+1} - U_{nodek}^t}{\Delta t} + \sum_{j=1}^m F_{Lj} + A_k S_{nodek} = \mathbf{0} \quad (15)$$

ここに、 k 、 t はそれぞれノードおよび時間に関する添え字である。 A_k =ノードの面積、 F_L =ノード境界線の外向き法線方向を正としたノードの境界線での数値流束であり、ブランチでの数値流束を用いることで、それぞれ次式で表される。

$$F_{Lj} = (\pm F_1 \quad \pm F_2 n_x \quad \pm F_2 n_y)^T \quad (16)$$

なお、ノードが、ブランチの上流端に対応する場合には正の符号を、下流端に対応する場合には負の符号を用いる。ここに、 $\mathbf{n}=(n_x, n_y)$ =外向き法線方向ベクトルである。

c) 発生消滅項の取り扱い

水路床勾配と同様に摩擦勾配について、摩擦勾配はManningの公式により、水路床勾配は、FDS法に基づく

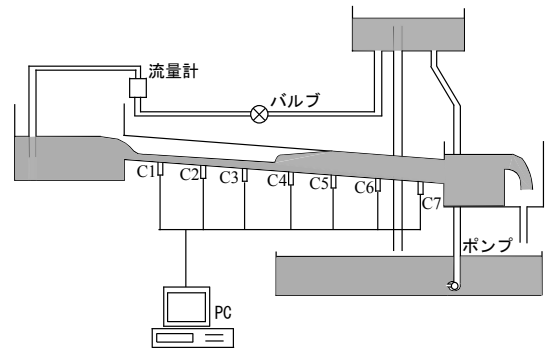


図-2 Capart et al.¹⁰⁾の実験装置

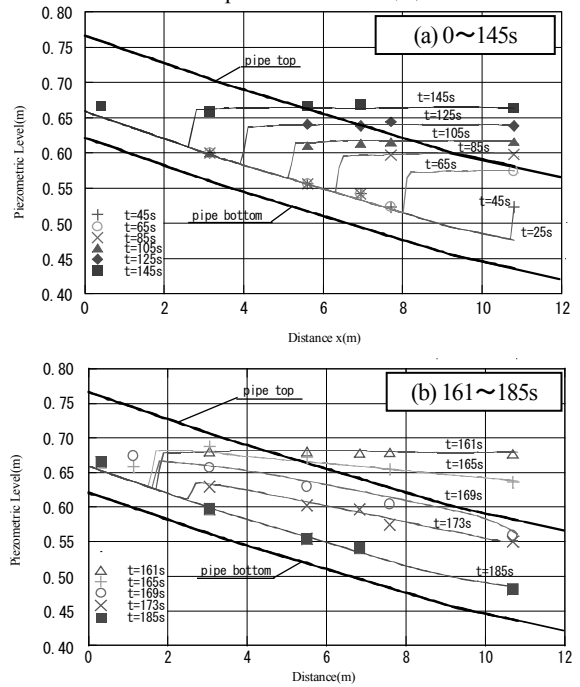


図-3 圧力・自由表面流れの実験結果に基づく検証

数値流束と同様に風上を行う⁹⁾。

d) 圧力流れの取り扱い

ノード部で圧力流れが生じた場合、図-1に示すようなピエゾ管を設け水深を強制的に上昇させる。水深は次式で表される。

$$h = h_f + \frac{V - V_f}{A_s} \quad (17)$$

ここに、 V =水の体積、 V_f =満管時の水の体積、 A_s =スロットの断面積、 h_f =ノード部の最大高さである。

3. モデルの検証

以下では、まず、圧力・自由表面流が混在する流れの実験結果に基づきブランチ部のスロットモデルを検証する。次に湾曲部を有するダム破壊流れの実験結果に基づきブランチ部とノード部を含む本ダイナミックネットワークモデルを検証する。最後に下水道網のテスト問題に適用することで、本ダイナミックネットワークモデルの下水道網への適用性について検討する。

(1) 圧力・自由表面流れの実験結果に基づく検証

まず、Capart et al.¹⁰⁾が行った実験に基づき検証した。実験装置は、図-2に示す直径0.145m、長さ12.74mの円形管路で、水路床勾配が、上流端から3.48mまでは0.01954、9.23mまでは0.01704、下流端までは0.01225と変化している。上流端から0.0042m³/sの一定流量を射流で流入させ、下流端の堰を上昇させることで強制的に跳水を発生させ、それを水路逆流へ伝播させている。また、跳水が上流端付近まで伝播した時に、下流端の堰を下降させることで水位低下を引き起こしている。その際、水位もしくはピエゾ水頭を、C1~C7の圧力計により測定している。

解析の初期条件には小さな一定水深を、境界条件にはCapart et al.¹⁰⁾の実験条件と同様に、上流端には0.0042m³/sの一定流量を与え、下流端には水位またはピエゾ水頭を与えた。Manningの粗度係数 $n=0.009$ とした。格子サイズは $\Delta x=0.1\text{m}$ 、Courant数 $=0.95$ とし、スロット幅を変化させた数値実験を行った結果、スロット幅が管路直径の10%の場合に解析値と実験結果とが最も一致した。

図-3は、解析値と実験結果との比較を行ったものである。これより、解析結果はすべての地点で圧力・自由表面流れのいずれも高い精度で再現していること、また、自由表面流れから圧力流れへと、さらに圧力流れから自由表面流れへと遷移するプロセスや圧力流れが生じる区間も再現していること、などが確認できる。このように、本モデルは、自由表面・圧力流れが混在する複雑な流れを再現可能であることが確認された。

(2) 湾曲部を有するダム破壊流れの実験結果に基づく検証

次に、Sorares, S. et al.¹¹⁾のダム破壊流れの実験結果に基づき検証を行った。実験水路は、図-4に示すように貯水槽と水路が接続されており、45度の湾曲部を有している。水路の粗度係数 $n=0.011$ である。初期水深は、貯水槽で水深 $h=0.25\text{m}$ 、水路で水深 $h=0.01\text{m}$ である。図中のG1~G9で水深が測定されている。なお、ブランチとノードについては図-4に示すように設定した。

通常の1次元解析では当然のことながら、このような水路の曲がり表現することはできない。ここでは、水路湾曲部にノードを設け平面2次元的に取り扱うことで、その影響を考慮した。図-5は、湾曲の影響が最も大きくなると考えられる測定点G6での解析結果と実験値との比較を行ったものである。これより、本解析結果は、実験値を概ね再現していることがわかる。横断方向の流れが顕著となる測定点G1を除き、いずれの区間についても概ね同程度の精度であった。このように本ネットワークモデルは、水路の曲がりなどの形状の変化を取り扱うことが可能であることが確認された。

(3) 管路網のテスト問題に基づく検証

最後に、Garcia-Navarro, P et al.¹²⁾による管路網のテスト問

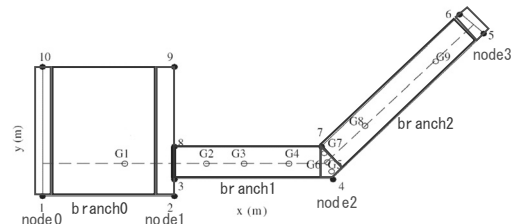


図-4 Sorares, S. et al.¹¹⁾の実験装置

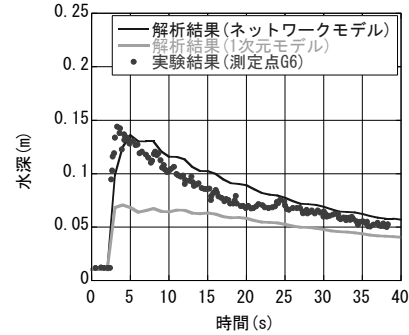


図-5 湾曲部を有するダム破壊流れの実験結果に基づく検証

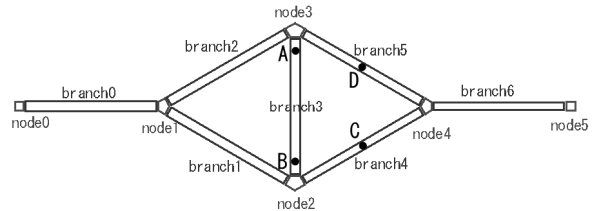


図-6 テスト問題の管路網

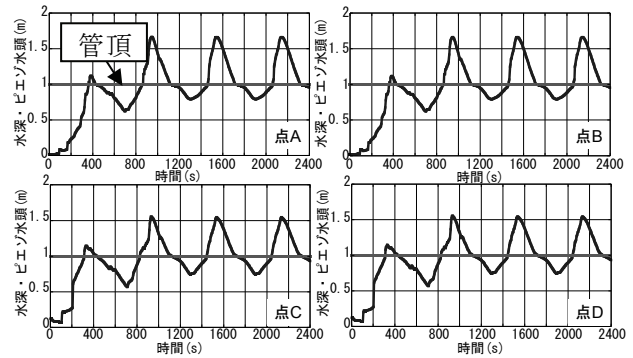


図-7 解析結果の比較

題に本モデルを適用した。管路網は、図-6に示す通りである。各branchは1辺が1mの正方形断面で、長さ100mである。各branchの河床勾配は、 $S_{00}=0.002$ 、 $S_{01}=S_{02}=0.001$ 、 $S_{03}=0.0$ 、 $S_{04}=S_{05}=0.001$ 、 $S_{06}=0.002$ で、粗度係数 $n=0.01$ である。なお、ブランチとノードについては図-6に示すように設定した。

管路網は軸対称なので、適切な解析手法を用いれば解析結果は対称となる。この対称性をチェックすることでモデルの妥当性を検討することができる。

流量および水深の初期条件を、 $Q_0=0.1\text{m}^3/\text{s}$ 、 $Q_1=Q_2=0.05\text{m}^3/\text{s}$ 、 $Q_3=0.0\text{m}^3/\text{s}$ 、 $Q_4=Q_5=0.05\text{m}^3/\text{s}$ 、 $Q_6=0.1\text{m}^3/\text{s}$ 、 $h_0=h_1=h_2=h_3=h_4=h_5=h_6=0.2\text{m}$ とし定常状態を求めた後、上流端から、600秒間隔で最大流量が3m³/sの三角波形の流量ハイドログラフを与えた。

図-7は、branch3のAとB点、branch4のC点および

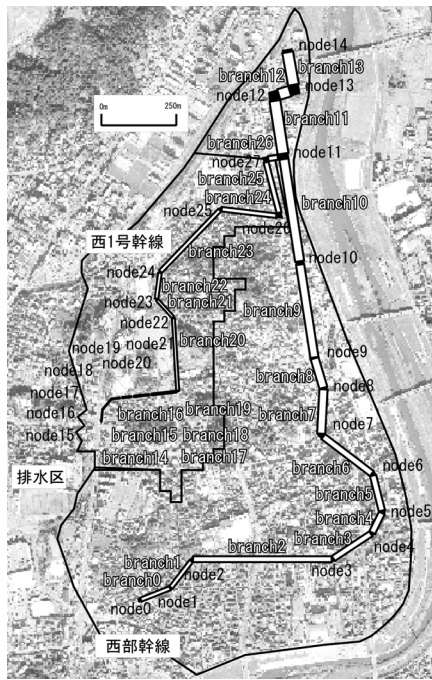


図-8 飯塚市街地の下水道幹線

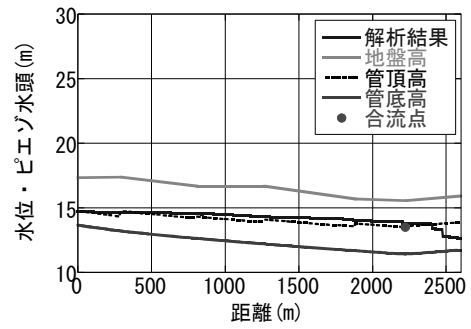
branch4の上下対称の位置にあるbranch5の点Dにおける水深の経時変化の解析結果を示したものである。これより、両結果は対称であること、自由表面流れから圧力流れへの遷移やその逆のプロセスを解析可能であること、などが確認できる。このように、本モデルは、管路網で生じる圧力・自由表面流れを解析可能であることが確認された。

4. 都市域下水道網への適用

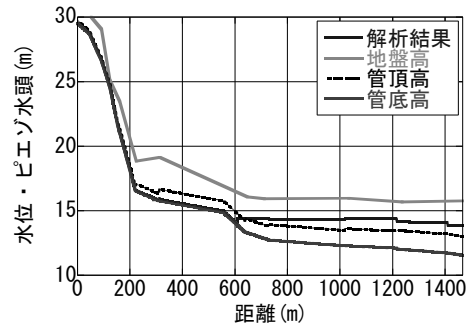
以上のように検証された本ダイナミックネットワークモデルを用いて、2003年九州豪雨災害時の飯塚市の下水道網の解析を行った。

飯塚市街地は、2003年7月の遠賀川豪雨災害で甚大な被害を受けた都市である。周囲に比べて標高が低いため、下水道が主な雨水排水手段となっている。

解析に用いた下水道幹線の詳細なデータは飯塚市公共下水道台帳より読み取った。下水道幹線は、図-8に示す通りであり、西部幹線(幅1400~3600×高さ1120~2160mm×長さ2633m)と円形断面の西1号幹線(直径250~1650mm×長さ1494m)の二つの幹線がある。2003年7月九州豪雨災害時の飯塚市におけるハイトグラフから合成合理式に基づき流出流量を求めた。流出流量が排水区の計画排水量を超える場合には流量を計画排水量に置き換えた。この流量を西部幹線、西1号幹線の排水区の面積比に応じてそれぞれの幹線に流入する流量を求めた。西部幹線、西1号幹線のいずれも、解析対象時間での流入流量は $Q_1=7.161(\text{m}^3/\text{s})$ 、 $Q_2=2.965(\text{m}^3/\text{s})$ の一定値であった。これらから単位長さ当りの流入流量を求め、各branchに与え解析を行った。下流端はポンプ排水による



(a) 西部幹線



(b) 西1号幹線

図-9 飯塚市街地下水道網内の流れの解析結果

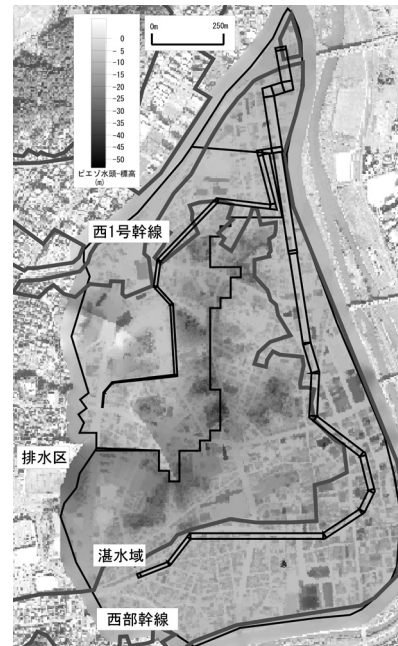


図-10 水位あるいはピエゾ水頭と地盤高との比較

流量を与えた。なお、今回は、解析を簡略化と計算効率を図るために、西1号幹線を断面積の等しい長方形断面に置き換えている。

図-9は、西部幹線、西1号幹線の水位あるいはピエゾ水頭の解析結果を示したものである。西部幹線ではほぼ全域で圧力流れとなっていること、西1号幹線では上流端から600m付近までは自由表面流れ、その後は圧力流れとなっていることなどが確認できる。

図-10は、これらの解析結果より得られた各管のピエゾ水頭と飯塚市西部排水区の標高を比較したものである。標高には構造物などの高さ情報を含むDSM(Digital

Surface Model)をベースに、街路を構造物などの高さ情報を取り除いたDEM(Digital Elevation Model)に置き換えたレーザープロファイラーデータを用いた。データの比較は各排水区で行い、比較する標高の座標から最も近い下水道のピエゾ水頭を用いて行った。ピエゾ水頭から標高を差し引いた値が大きく白色に近づくほど地表面からの雨水が排水できなくなる可能性が高いことを表している。同図には2003年7月の九州豪雨災害の飯塚市西部排水区における実況湛水域を灰色の線で示している。ピエゾ水頭と標高の差は、実際の湛水域と同様な区域で大きくなっていることから、この区域では下水道が排水不良を生じ、湛水が生じたと考えられる。また、西1号線の上流端にピエゾ水頭と標高の差が大きくなっている区域がある。図-9に着目すると、この区間の管路は圧力状態とはなっておらず、排水不良となることは考えにくく、九州豪雨災害時にも湛水した様子はない。これは、標高の座標から最短距離に位置する管路のピエゾ水頭を比較したためと考えられる。通常、地表面と下水道への雨水のやり取りは、地表面流の水位と下水道内の水位との比較により排水されるかが判定されるが、このことは氾濫原の地形特性を踏まえた上で、地表面の雨水が下水道へ排水される区間を検討する必要性を示唆している。

5. おわりに

本研究では、スロットモデルを用いた流束差分法に基づくスロットモデルと平面2次元スロットモデルを用いたダイナミックネットワークモデルを構築し、その予測精度を既存の実験結果に基づき検証した。その結果、本モデルが、(1) 自由表面流れのみならず、自由表面・圧力流が混在する複雑な流れや、その遷移プロセス、また圧力流れが生じる区間を再現可能であること、(2) 水路の曲がりなどの形状の変化を取り扱うことが可能であること、(3) 管路網で生じる圧力・自由表面流れを解析可能であること、などが確認された。さらに、(4) 2003年7月に発生した九州豪雨災害時の飯塚市西部排水区下水道網内の水の流れの予測結果に基づく水位あるいはピエゾ水頭と地盤高の比較から、雨水の排水先を適切に設定する必要があるが、排水不良が生じやすい区域を特定できることが確認できた。このように、本モデルは、内水氾濫を予測する上で重要な都市河川の暗渠区間や下水道で圧力流れが生じる区間の予測や雨水排水能力が低下し排水不良となる区間を予測する上で有用なツールであると考えられる。

今後は、地表面流とのリンク方法について検討し、地上と地下の水の流れを一体的に把握できるモデルを開発していく予定である。

号：17360237, 研究代表者：秋山壽一郎), 科学研究費補助金若手研究B(課題番号：19760344, 研究代表者：重枝未玲)の助成を受けるとともに、河川懇談会の活動の一環として、国土交通省遠賀川河川事務所と共同で研究を行ったものである。本研究を実施するに当たり、遠賀川河川事務所の関係各位には現地調査の実施やデータの提供など多大な協力を得た。また、本研究を遂行するに当たり、当時本学学部4年生の山下未貴さんには、データ整理等で多大な協力を得た。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 栗城 稔, 末次忠司, 海野 仁, 田中義人, 小林裕明: 氾濫シミュレーション・マニュアル(案) -シミュレーションの手引き及び新モデルの検証-, 土研資料第3400号, 1996.
- 2) 戸田圭一, 井上和也, 村瀬 賢, 市川 温, 横尾英男: 豪雨による都市域の洪水氾濫解析, 土木学会論文集, No.663/II-53, pp.1-10, 2000.
- 3) 関根正人, 中村 敦, 中村康朋: 河川からの越水を伴う都市域の内水・外水氾濫過程に関する数値解析, 水工学論文集, 第52巻, pp.865-870, 2008.
- 4) 武田 誠, 森田 豊, 松尾直規: 下水道システムを考慮した氾濫解析の治水対策への適用, 水工学論文集, 第51巻, pp.529-534, 2007.
- 5) 川池健司, 中川 一, 市川 温, 丸山寛起: 平成18年7月豪雨による松江市内の都市水害に関する数値解析的検討, 水工学論文集, 第51巻, pp.535-540, 2007.
- 6) Chaudhry, M. H.: *Applied Hydraulic Transients*, Von Nostrand Reinhold, New York, 1979.
- 7) Roe, P. L.: Approximate Riemann solvers, parameter vectors and difference schemes, *Journal of Computational Physics*, Vol.43, pp.357-372, 1981.
- 8) Roe, P. L.: Upwind differencing schemes for hyperbolic conservation laws with source terms, *1st Int. Congress on Hyperbolic Problems, St. Etienne*, pp.41-51, 1986.
- 9) 秋山壽一郎・重枝未玲・浦 勝: 非構造格子を用いた有限体積法に基づく1次および2次精度の平面2次元洪水流数値モデル, 土木学会論文集, No.705/II-59, pp.31-43, 2002.
- 10) Capart, H., Sillen, X. and Zech, Y.: Numerical and experimental water transients in sewer pipes, *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, Vol.35, No.5, pp.659-672, 1997.
- 11) Soares, S. Sillen, X. and Zech, Y.: Dam-break flow through sharp bends, Physical models and 2d Boltzmann, *European Commission, ISBN 92-828-7108-8*, 1999.
- 12) Garcia-Navarro, P., Priestley, A. and Alcrudo, F.: An implicit method for water flow modeling in channels and pipes, *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, Vol.32, No.5, pp.721-742, 1994.