

# 高解像度風上解法を用いた遠賀川流域の分布型 流出・平面2次元洪水追跡と改修効果の評価

DISTRIBUTED RAINFALL-RUNOFF AND 2D FLOOD FLOWS SIMULATION  
USING HIGH-RESOLUTION SCHEME AND EXAMINATION OF EFFECTS OF  
RIVER IMPROVEMENT WORKS ON WATER LEVEL IN THE ONGA RIVER

重枝未玲<sup>1</sup>・秋山壽一郎<sup>2</sup>・草野浩之<sup>3</sup>・野村心平<sup>4</sup>

Mirei SHIGE-EDA, Juichiro AKIYAMA, Hiroyuki KUSANO and Shinpei NOMURA

<sup>1</sup>正会員 博士(工) 九州工業大学大学院准教授 工学研究院建設社会工学研究系  
(〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町1-1)

<sup>2</sup>フェロー会員 Ph.D. 九州工業大学大学院教授 工学研究院建設社会工学研究系 (同上)

<sup>3</sup>学生会員 九州工業大学大学院 工学府建設社会工学専攻博士前期課程 (同上)

<sup>4</sup>学生会員 九州工業大学 工学部建設社会工学科 (同上)

The numerical simulations of rainfall-runoff and flood flows in the Onga river basin were performed. The rain-fall runoffs were simulated by a distributed hydrological model using a high-resolution scheme. The flood flows in the main river and plural tributaries were simulated simultaneously by the 2D unsteady free-surface flow model with treatment of parallel computation and sink term semi-implicitly. The flooding event in the Onga river basin in July 2003, 2009 and 2010 were simulated by the model. The simulated results were compared with the observed water level. It shows that the model is a useful tool for examining the process of runoff and flooding in the Onga river basin. The effects of river improvement works on the water level in the Onga river and improvement of computational speed were also examined.

**Key Words :** *rainfall-runoff, flood flow, distributed rainfall-runoff model, 2D unsteady free-surface numerical model, parallel computing, Onga river*

## 1. はじめに

近年、観測史上最大あるいはそれに近いような豪雨が生じ、甚大な被害が生じている。地球温暖化に伴う気象変動により、年最大日雨量が増大することが予測<sup>1)2)</sup>されており、今後、観測史上最大の豪雨が発生する可能性はますます高くなると考えられる。このような自然環境の変化とともに、社会的背景から「できるだけダムにたよらない治水対策」への転換<sup>3)</sup>が打ち出されており、河道に負担をかけない対策が検討されている。そのため、今後、「流域と一体となった治水対策」がますます重要になると考えられる。

「流域と一体となった治水対策」は、流域全体で流出の抑制対策を行い、河道への雨水流出を遅らせ洪水ピーク流量を低減させることで治水安全度を確保するものであり、その検討には、任意の降雨を外力として、流域の特性や治水施設によって変化する流出プロセスやその結果によって生じる洪水プロセスを的確に評価できるモデルが不可欠である。

分布型流出解析モデルは、このような検討を行うこと

が可能なモデルの一つであり、これまで降雨ごとに必要であったパラメータを土地利用に応じて適切に設定する地物指向の分布型流出モデル<sup>4)5)</sup>や実測値に基づきリアルタイムにモデル係数を補正する分布型流出解析モデル<sup>6)7)</sup>が開発され、任意の降雨外力から流出・洪水プロセスを予測することが試みられている。また、河道の洪水追跡モデルでは、河道の縦横断面形状、平面形状および非定常性に起因して起こる貯留現象を取り扱うことができる平面2次元モデルであれば、1次元モデルのように実測水位にあうように粗度係数を設定する必要は無く、樹木繁茂状況や河床材料・状態に応じた樹木群透過係数や粗度係数を設定することで、水位ハイドログラフを予測できることなどがわかっている<sup>8)9)</sup>。

著者らは、このような流出解析および洪水追跡モデルを用いれば、任意の降雨から水位ハイドログラフの予測が可能となり、モデルの検証やモデルパラメータの設定が流量に比べ観測精度の高い水位に基づき行うことが可能になると考え、分布型流出解析モデルと高度な平面2次元解析モデルを用いた洪水追跡法による「分布型流出・平面2次元洪水追跡モデル」を開発し、同モデルが遠賀川流域を対象に本川と複数の支川を対象に洪水流の

挙動を十分な精度で再現できることを示した<sup>10,11)</sup>。しかし、分布型流出解析の精度や洪水追跡の計算効率など、流域や河道特性に応じた最適パラメータの検討を行うためには改善が必要であった。

本研究は、以上のような背景を踏まえ、流域と河道特性を踏まえた上で、降雨外力から本川および支川の水位ハイドログラフなどの洪水流の予測を行なうことが可能な「分布型流出解析・平面2次元洪水追跡モデル」の開発を最終的な目的としたものである。ここでは、「分布型流出解析・平面2次元洪水追跡モデル」<sup>10,11)</sup>の分布型流出解析モデルを高解像度風上解法を用いて高次精度化するとともに、並列計算が可能な平面2次元洪水追跡モデルに摩擦勾配の半陰解法を導入することで計算効率の向上を行った。さらに、同モデルを遠賀川流域を対象に、2003、2009、2010年に発生した複数の豪雨を用いた分布型流出・平面2次元洪水追跡を行い、同モデルの予測精度の検証を行うとともに、河川改修による水位低減効果を検討した。

## 2. モデルの概要

### (1) 分布型流出・平面2次元洪水追跡モデルの概要

「分布型流出・平面2次元洪水追跡モデル」は、①流域の雨水の挙動を予測する「セル分布型流出解析モデル」と②洪水追跡を行う「平面2次元自由表面流モデル」で構成される。両モデルは、降雨を入力条件として①で得られた流量を②の境界条件あるいは内部境界条件とすることで接続されるため、降雨の応答として水位ハイドログラフを得ることができる。

近年の豪雨災害は、局地的な集中豪雨による急激な増水が特徴であり、このような現象を予測する数値モデルには、短期間での流出現象とそれに伴う急激な増水を取り扱うことが求められる。そのためには、分布型流出解析モデル、平面2次元自由表面モデルには数値的な粘性が極力少なく、かつ安定した計算スキームを採用する必要がある。分布型流出解析モデルには、風上差分<sup>10)</sup>やLax-Wendoroff法<sup>12)</sup>などが用いられており、高精度風上解法のような手法を適用された例は少ない。また、洪水流の挙動については流束差分法<sup>11)</sup>を用いれば破堤のような非定常性の強い流れについても精度良く再現することが可能であるが、平面2次元数値モデルでは多大な計算時間が必要となるため高速化が不可欠となる。これらを踏まえ、これまで著者らが構築した「分布型流出・平面2次元洪水追跡モデル」<sup>10,11)</sup>に次のような改良を加えた。

### (2) セル分布型流出解析モデルの概要

セル分布型モデルは、斜面流と平面2次元洪水追跡で対象とする河道を除いた河道流の洪水追跡をkinematic wave法で行うモデルである。なお、河道流の追跡は、

平面2次元洪水追跡の対象としない河道についてのみ実施する。セル分布型の基礎方程式を式(1)に示す。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r \quad (1)$$

ここに、 $t$ =時間、 $x$ =斜面の距離、 $h$ =水深、 $r$ =降雨強度、 $q$ =単位幅流量である。単位幅流量 $q$ には飽和流、不飽和流、表面流を区別できる斜面表層の流量流積関係式<sup>13)</sup>を用いた。同モデルのモデルパラメータは、 $N$ =等価粗度係数、 $k_a$ =重力水が卓越するA層内の透水係数、 $d_c$ =マトリックス部の最大保水量を水深で表した値、 $d_s$ =重力水を含めて表層土中に保水しうる最大水深、 $\beta$ =重力水部と不飽和水部との飽和透水係数の比である。

これまでのモデル<sup>10,11)</sup>では、式(1)の空間積分には風上差分を用いてきた。風上差分は一般に数値拡散が大きいため、ピーク値等が減衰することが知られている。そこで、本研究では、高解像度風上解法の一つであるMUSCL法<sup>14)</sup>に基づき、水深を式(2)のように補間することで空間を2次精度まで向上させた。なお、時間積分にはEulerの陽解法を用いた。

$$h_{Lf} = h_L + \frac{1}{2} \Psi(r_{Lf})(h_R - h_L); \quad r_{Lf} = \frac{(2\nabla h_L \cdot r_{LR})}{h_R - h_L} - 1$$

$$h_{Rf} = h_R - \frac{1}{2} \Psi(r_{Rf})(h_R - h_L); \quad r_{Rf} = \frac{(2\nabla h_R \cdot r_{RL})}{h_L - h_R} - 1 \quad (2)$$

ここに、下添字 $L$ 、 $R$ =格子の境界線上の左側、右側を、下添字 $f$ =格子の境界線上を、 $r$ =セル $L$ と $R$ を始点あるいは終点とするベクトルを、 $\Psi$ =制限関数である。式(3)に本研究で用いたMinmod関数を示す。

$$\Psi(r) = \max(0, \min(1, r)) \quad (3)$$

### (3) 平面2次元洪水流モデルの概要

本研究では、複数の領域に分割した河川の並列計算が可能なPSA-FUF-2DFモデル(A Parallelized Spatial Averaged Finite volume method on Unstructured grid using FDS technique for 2D Free-surface flows)<sup>10)</sup>の摩擦勾配の取り扱いを半陰解法に改良した。以下にPSA-FUF-2DFモデルの概要を示す。

#### a) 基礎方程式

PSA-FUF-2DFモデルの基礎方程式は、以下に示す通りである。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3 = \mathbf{0} \quad (1)$$

$$\mathbf{U} = (h, \quad uh, \quad vh)^T; \quad \mathbf{E} = (uh, \quad u^2h + 1/2gh^2, \quad uvh)^T;$$

$$\mathbf{F} = (vh, \quad uvh, \quad v^2h + 1/2gh^2)^T;$$

$$\mathbf{S}_1 = (0, -ghS_{ox}, -ghS_{oy})^T; \quad \mathbf{S}_2 = (0, ghS_{fx}, ghS_{fy})^T;$$

$$\mathbf{S}_3 = (q_r, F_x, F_y)^T$$

ここに、 $\mathbf{U}$ =保存量ベクトル、 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{F}$ = $x$ 、 $y$ 方向の流束ベクトル、 $\mathbf{S}_1$ =河床勾配ベクトル、 $\mathbf{S}_2$ =摩擦勾配ベクトル、 $\mathbf{S}_3$ =発生項・消滅項ベクトル、 $h$ =水深、 $u$ 、 $v$ = $x$ 、 $y$ 方向の流速、 $g$ =重力加速度、 $q_r$ =単位面積当りの流入流量(−:流入、+:流出)、 $S_{ox}$ 、 $S_{oy}$ = $x$ 、 $y$ 方向の河床勾配、

$S_{fx}$ ,  $S_{fy} = x, y$ 方向の摩擦勾配,  $F_x, F_y =$  計算メッシュ内に樹木などの物体群が含まれる場合に付加される $x, y$ 方向の流体力項である。摩擦勾配は, Manning の公式を用いて, 流体力項は抵抗係数 $C_d$ を用いた式<sup>15)</sup>で計算される。

### b) 数値解法

摩擦勾配 $S_2$ に陽解法を用いると, 水深が非常に浅い場合に数値振動が発生する場合があります, クーランの安定条件では安定した計算が行えないことがあった。そこで, 従前のモデル<sup>10,11)</sup>では, クーランの安定条件に加え, 摩擦勾配を考慮した安定条件を導入し計算効率が向上したが, 場合によっては非常に小さな時間の刻み幅で計算する必要があった。そこで, ここでは摩擦勾配の離散化を半陰解法にすることで計算効率の向上を図った。摩擦勾配を式(2)のように離散化する。

$$S_2 = \theta S_{2i}^n + (1-\theta)U_i^{t+1} S_{2i} / U_i^t \quad (2)$$

計算領域を分割した微小領域セル $i$ の検査体積 $\Omega_i$ とし, 式(2)を用いて式(1)を離散化すると, 式(3)が得られる。

なお, 時間積分にはEulerの陽解法を用いた。PSA-FUF-2DFモデルでは, この摩擦勾配の取り扱いを新たに導入した。陰解法の導入により, 時間の刻み幅は, クーラン型の安定条件より求めることとした。

$$U_i^{t+1} = \frac{\left( U_i^t - \frac{\Delta t}{A_i} \sum_{k=1}^N (F_n^* \cdot n)_k dL_k - \frac{\Delta t}{A_i} \int_V S_1 dV - \Delta t (\theta S_{2i} + S_{3i}) \right)}{1 + (1-\theta)\Delta t S_{2i} / U_i^t} \quad (3)$$

ここに,  $U_i =$  セル  $i$  での  $U$  の平均値,  $V_i =$  セル  $i$  の面積,  $t =$  時間に対する添字,  $k =$  セル  $i$  を構成するセル境界線に対する添字,  $N_c =$  セルを構成するセル境界線の総数,  $\Delta t =$  時間の刻み幅,  $L_k = k$  番目のセル境界線の長さ,  $S_{2i}, S_{3i} =$  セル  $i$  での  $S_2, S_3$  の平均値,  $\theta =$  重み係数であり,  $\theta = 0.0 \sim 1.0$  である。  $(F_n \cdot n)_k = k$  番目のセル境界線を流入する数値流束で流束差分法<sup>14)</sup>により求める。

## 3. 解析の概要

### (1) 対象領域の概要

解析対象流域は遠賀川流域である。遠賀川は, 幹川流路延長61km, 流域面積1,026km<sup>2</sup>の一級河川であり, 流域の土地利用については, 森林が約52%, 水田や果樹園等の農地が約19%, 宅地等市街地が約18%, 荒地が約6%を占める。2003年7月19日の九州豪雨災害では支川の穂波川が計画高水位を超えるなど危険な状況となった。図-1に遠賀川流域の航空写真と雨量・水位観測所を示す。遠賀川流域では, 2003年九州豪雨災害後, 流下能力の向上を目的に河道改修が行われており, 図-1の日の出橋, 川島, 秋松橋水位観測所付近で河道掘削が行われている。図-2に改修断面の一例を示す。

### (2) 解析条件の概要

2003年(パターン①), 2009年(パターン②), 2010年(パ

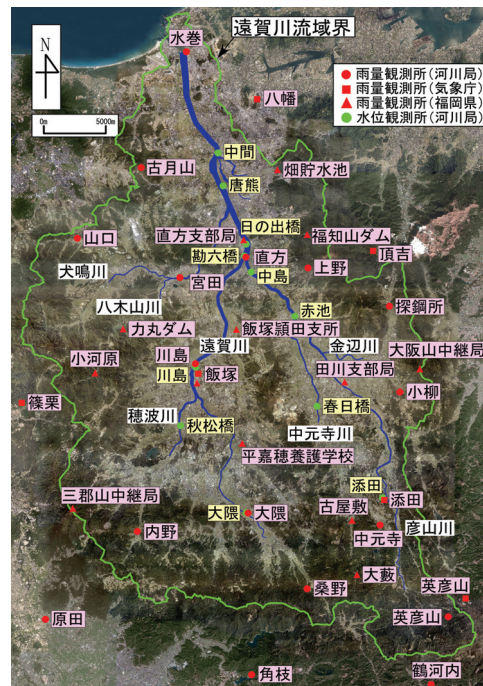


図-1 遠賀川流域の概要

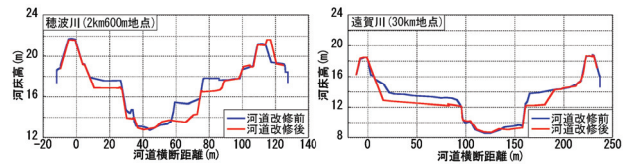


図-2 改修断面の一例(左:穂波川, 右:遠賀川)

表-1 分布型流出解析のモデルパラメータ

	$N(m^3/s)$	$d_1(m)$	$d_2(m)$	$k_1(m/s)$	$\beta$
森林	0.6	0.00	0.00	0.015	4.0
荒地	0.3				
田	2.0				
農地	0.3				
都市	0.1				
水域	0.0				

ターン③)の3つの降雨パターンを用いて解析を行った。図-3は解析に用いた降雨ハイトグラフの一例と総降雨量分布を示したものである。いずれも中流域を中心とした降雨分布であることが特徴である。

分布型流出解析は, 図-1に示す領域で行った。流出解析のモデルパラメータについては, 表-1に示すように土地利用に応じて値を決定した。各パラメータ値はパターン②の降雨に対して感度解析を行い, 実測水位を良好に再現できる値とした。分布型流出解析の開始時刻は, それぞれパターン①では2003年7月18日2時, パターン②では2009年7月24日1時, パターン③では2010年7月12日1時とした。平面2次元洪水追跡では, 図-1に示す本川の遠賀川と支川の穂波川・中元寺川・彦山川・金辺川・八木山川・犬鳴川の7河川を対象とし, 河道を図-4に示すような32区間に分割した。河道横断面図はパターン①では2003年のものを, パターン②と③では2009, 2010年のものを用いた。総メッシュ数は18,163個であった。平面2次元洪水追跡のパラメータについては, 粗度係数には計画で用いられた値0.035(m<sup>-1/3</sup>s)を, 下流端には河口堰でほぼ一定に保たれている水位を与えた。平面2次元洪水追跡の解析開始時刻は, それぞれパターン①では2003年7

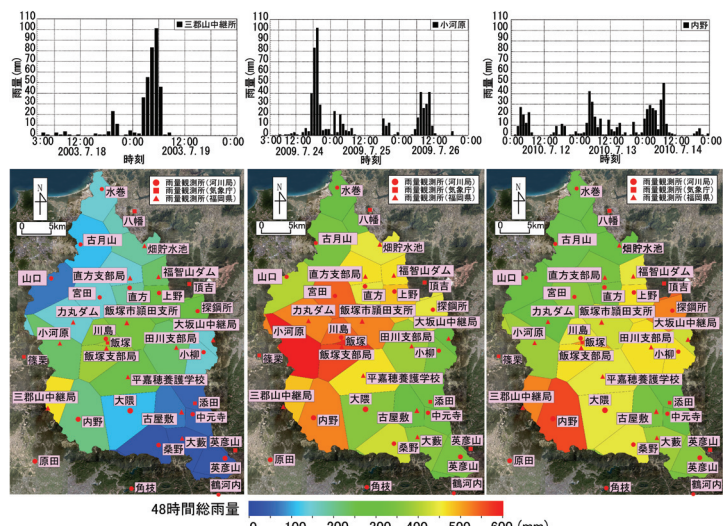


図-3 降雨ハイトグラフの一例と総雨量分布

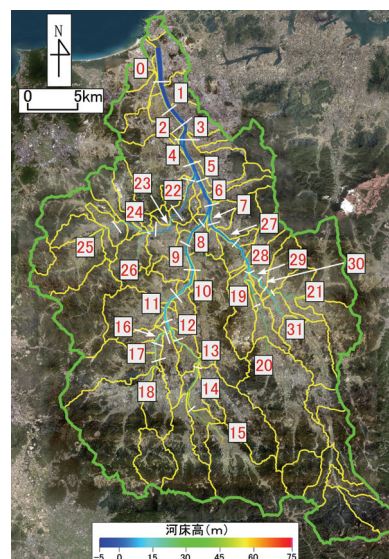


図-4 分布型流出解析の対象領域と河川分割

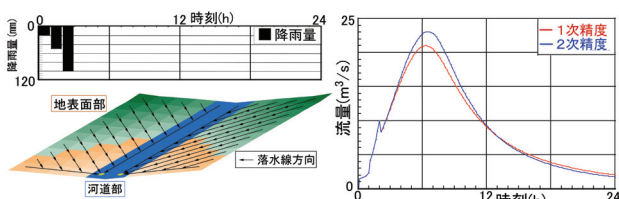


図-5 1次精度と2次精度のモデルの比較

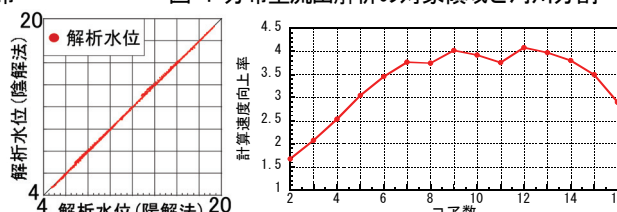


図-6 陰・陽解法の比較

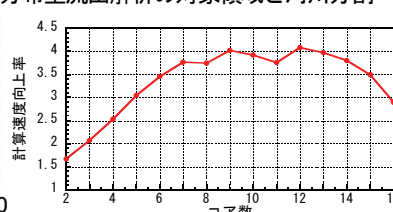


図-7 計算速度の比較

月18日12時、パターン②では2009年7月24日12時、パターン③では2010年7月13日1時とした。なお、流出解析および平面2次元洪水追跡の解析データの作成方法の詳細は、参考文献<sup>(10),(11)</sup>に示す通りである。

## 4. 結果と考察

### (1) 計算スキームによる流出特性の違い

はじめに、セル分布型モデルについて1次精度と2次精度のモデルの比較を行った。図-5は、仮想的な領域に後方集中型の降雨を降らせ河道部末端での流量を比較を行ったものである。これより、当然のことながら、2次精度モデルは、1次精度に比べピーク値の減衰を抑えた予測が可能であることがわかる。

### (2) 摩擦勾配の取り扱いの比較と高速化の検討

摩擦勾配の取り扱いの違いによる解析結果の比較、同解法と並列計算による計算速度の向上を検討した。計算にはQuad-Core Intel Xeon 2.66GHzのDual CPUの8つのコアを用いて計算を行った。同CPUはハイパースレッド技術により、仮想的に16コアが使用できる。

図-6は、摩擦勾配を完全陰解法( $\theta=0.0$ )と完全陽解法( $\theta=1.0$ )で得られた水位の解析結果を比較したものである。これより、陰解法の方が水位を若干大きく評価する可能性があることがわかる。これは、高水敷などに水が乗り上げ、水深が浅い場合に生じる現象であり、このような特

別な状況を除いては完全陰解法も陽解法も同様な結果であることがわかる。図-7は、摩擦勾配に陰解法を導入したモデルでの計算速度向上率とコア数との関係を示したものである。これより、(1) コアが7個までは3.8倍程度、その後、9個で4.0倍程度、12個で4.1倍程度の計算速度が向上できること、(2) 最大16個のコアを用いると逆に計算速度が低下すること、などがわかる。このように半陰解法の導入と並列化で4倍程度の計算効率の向上が可能となった。

### (3) 予測精度の検証

図-8は、遠賀川・彦山川について、パターン②の水面形の経時変化の解析結果と実測値との比較を行ったものである。これらより、本川の遠賀川では、(1) 増水時には下流から穂波川との合流部付近までの区間で水位上昇が顕著となること、(2) 中間水位観測所から勘六橋水位観測所の区間に比べ、勘六橋から穂波合流部の区間の水面勾配が大きくなること、(3) 減水時には中間水位観測所より上流側では水面は概ね相似形を保ち減少すること、(4) 解析結果は実測値を概ね再現していること、などが確認できる。また、支川の彦山川では(1) 本川の水位上昇により、合流部から金辺川との合流部の区間で水位が上昇すること、(2) 水面形は、増水時、減水時ともに概ね相似形を保ち変化すること、(3) 解析結果は実測値を概ね再現していること、などが確認できる。

図-9はパターン①~③について、図-1の遠賀川の日の出橋、川島観測所、穂波川の秋松橋観測所、彦山川の中

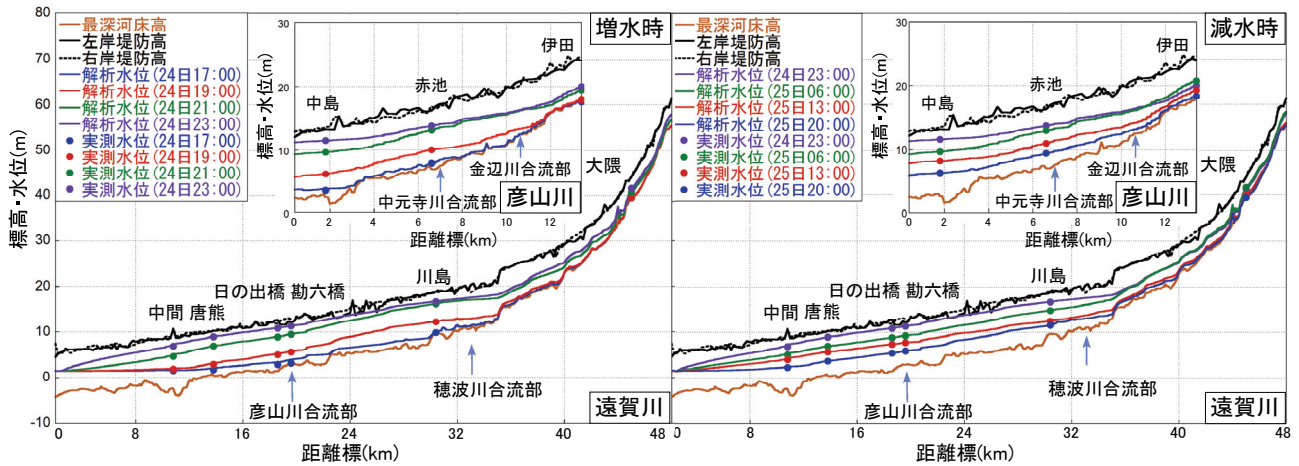


図-8 水面形の経時変化(パターン②)：2009年

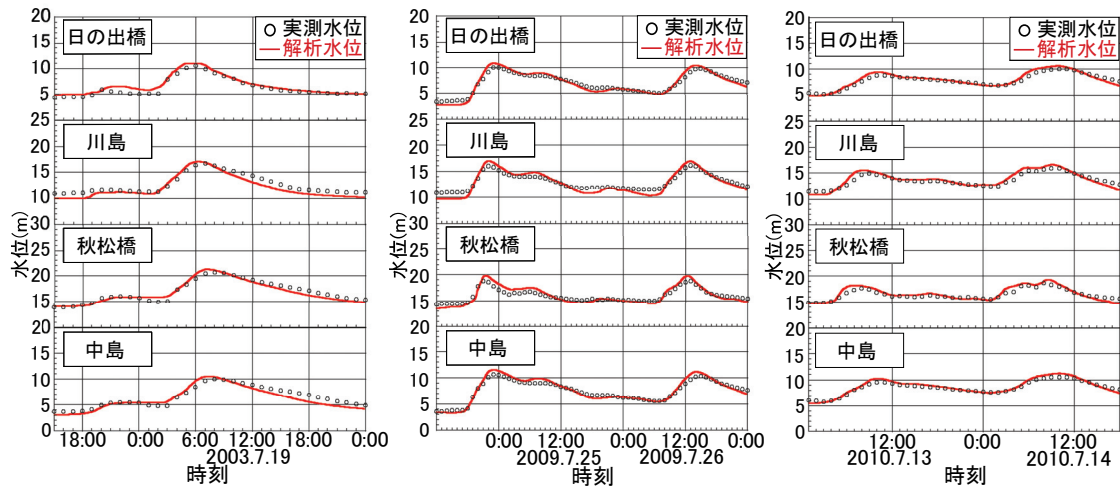


図-9 各観測所での水位ハイドログラフの比較(左：2003年，中：2009年，右：2010年)

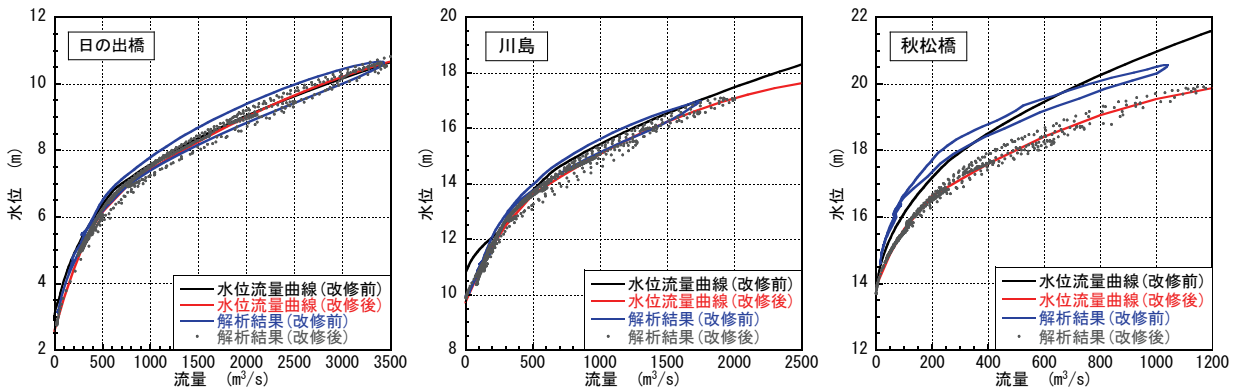


図-10 水位と流量との関係(左：日の出橋水位観測所，中：川島水位観測所，右：秋松橋水位観測所)

島観測所の水位ハイドログラフの解析結果と実測値との比較を示したものである。これらより、本モデルは、(1) いずれの観測所についても、若干のずれがあるものの、水位ハイドログラフの波形やピーク値などを再現できること、(2) 特に、2009、2010年では2山の波形を持つ複雑な水位ハイドログラフとなるが、これらも再現していること、などが確認できる。解析と実測値との間に差異が生じた理由としては、流出解析のパラメータを土地利用で一々に与えており地域の地質特性等を踏まえていないこと、また、洪水追跡では粗度係数値を一定として与

えており、河道内の樹木等などの影響を考慮していないこと、平面2次元洪水追跡以外の支川についてはkinematic wave法により河道内の洪水追跡を行っていること、などが考えられる。

#### (4) 改修の水位低減効果の検討

次に、2003年以降行われてきた遠賀川の改修工事の水位低減効果について検討した。図-10は、日の出橋観測所、川島水位観測所、秋松橋水位観測所について、改修前の2003年度の水位流量曲線、水位と流量の解析結果お

よび改修後の水位流量曲線との比較を行ったものである。改修後の水位流量曲線は、改修後の断面を用い、パターン①～③の降雨を外力とした得られた水位と流量の解析結果から求めた。これより、(1) 2003年度の水位と流量の解析結果は、水位流量曲線付近でループを描いていること、(2) 改修前後の水位流量曲線を比較すると、日の出橋水位観測所では大きな違いはないが、各水位観測所では同じ流量に対して低い水位で洪水を流下可能であること、(3) 2003年の九州豪雨相当の流量に対して、川島水位観測所では0.4m程度、秋松橋水位観測所ではその効果が大きく1.5m程度の水位が低下すること、などが確認できる。2009年の豪雨では、2003年を上回る規模の豪雨であったにも関わらず、穂波川の秋松橋で1.7m程度の水位低減効果があったことが報告されている。このように、本モデルは河道改修効果による水位と流量との関係の変化を的確に捉えていることがわかる。

## 5. おわりに

本研究では、高精度風上解法に基づく分布型流出解析モデルの高次精度化と摩擦勾配の半陰解法と並列計算による平面2次元洪水追跡モデルの計算効率の向上を行うとともに、遠賀川流域を対象に2003、2009、2010年に発生した複数の豪雨を用いて同モデルの予測精度の検証と河川改修による水位低減効果を検討した。その結果、以下のことがわかった。

- (1) 本分布型流出解析モデルは、数値拡散によるピーク流量の低減を抑えることが可能である。
- (2) 並列化と実時間程度の計算時間で洪水追跡ができる。
- (3) 「分布型流出・平面2次元洪水追跡モデル」が本川および支川の水位ハイドログラフの実測結果、水位流量曲線を十分な精度で再現できる。
- (4) 河道掘削などの河道改修により、秋松橋では2003年と同程度の流量で1.5mの水位低下が見込まれるなどの改修効果を的確に捉えることができる。

今後は、水位の結果に基づく流出解析の最適パラメータの設定方法を検討し、地物や土壌の湿潤状況と最適パラメータとを関連付けることで、土地利用や地質等からパラメータを設定できる手法を検討したいと考えている。

**謝辞：**本研究は、科学研究費補助金基盤研究B(課題名：豪雨災害時の浸水減災シミュレータの開発と樹林帯の減災効果に関する研究、課題番号：21360237、研究代表者：秋山壽一郎)の助成を受け実施したものである。本研究を実施するに当たり、国土交通省遠賀川河川事務所からデータ提供など、本学学部4年生の網中達郎君、大谷昌成君にはデータ整理等で協力を得た。ここに記して感謝の意を表します。

## 参考文献

- 1) 国土交通省：地球温暖化に伴う気候変動について、大規模水害対策に関する専門調査会，2007。
- 2) 小林健一郎，寶 馨，中北英一：全球気候モデル出力を用いた日本域の100年確率日降水量の将来予測，水工学論文集，第54巻，pp.223-228，2010。
- 3) 今後の治水対策のあり方に関する有識者会議：今後の治水対策のあり方について(中間とりまとめ)，国土交通省河川局，2010。
- 4) 天口英雄，河村明，高崎忠勝：地物データGISを用いた新たな地物指向分布型都市洪水流出解析モデルの提案，土木学会論文集，Vol.63，No.3，pp.206-223，2007。
- 5) 天口英雄，河村明，荒木千博，高崎忠勝：神田川上流域の地物データを用いた洪水流出モデルの構築とその適用，河川技術論文集，第15巻，pp.377-382，2009。
- 6) 小林健一郎，寶 馨，立川康人：最適化手法による分布型降雨流出モデルのパラメータ推定，水工学論文集，第51巻，pp.409-414，2007。
- 7) 立川康人，福山拓郎，椎葉充晴，市川 温：バイアス補正カルマンフィルタを用いた実時間分布型流出予測システムの改良，河川技術論文集，第15巻，pp.383-388，2009。
- 8) 福岡捷二，渡邊明英，原俊彦，秋山正人：水面形の時間変化と非定常二次元解析を用いた洪水流量ハイドログラフと貯留量の高精度推算，土木学会論文集，No.761/II-67，pp.45-56，2004。
- 9) 福岡捷二，佐藤宏明，藤澤寛，大沼史佳：洪水流と河道の樹木繁茂形態に基づく樹木群透過係数と粗度係数の算定法，水工学論文集，第51巻，pp.607-612，2007。
- 10) 重枝未玲・秋山壽一郎・小園裕司・上川謙：遠賀川流域の分布型流出解析と平面2次元洪水追跡，水工学論文集，第54巻，pp.517-522，2010。
- 11) 重枝未玲，秋山壽一郎，小園裕司：遠賀川流域の分布型流出解析と複数の支川を考慮した平面2次元洪水追跡，河川技術論文集，第16巻，pp.443-448，2010。
- 12) Lee, G., Tachikawa, Y. and Takara, K.: Analysis of hydrologic model parameter characteristics using automatic global optimization method, 京都大学防災研究所年報，第49巻B，pp.67-81，2006。
- 13) 立川康人，永谷 言，寶 馨：飽和・不飽和流れの機構を導入した流量流積関係式の開発，水工学論文集，第48巻，pp.7-12，2004。
- 14) 藤井孝考藏：流体力学の数値計算法，東京大学出版会，1994。
- 15) 重枝未玲，朝位孝二，坂本 洋，長太茂樹，秋山壽一郎，樋口直樹，重岡広美，徳永智宏：大野川とその派川の乙津川を包括した平面2次元洪水流出解析と河道内樹木が乙津川への分流量に及ぼす影響，河川技術論文集，第12巻，pp.85-90，2006。