水工学論文集，第60巻，2016年2月

矩形一様断面水路での水面形の経時変化による流量ハイドログラフの推定法

ESTIMATION METHOD FOR DISCHARGE HYDROGRAPH USING TIME VARIATION OF WATER SURFACE PROFILE IN RECTANGULAR CHANNEL

重枝未玲[1]・秋山壽一郎[2]・平松裕樹[3]・阿部琢哉[3]
Mirei SHIGE-EDA, Juichiro AKIYAMA, Yuki HIRAMATSU and Takuya ABE

[1]正会員　博士(工)　九州工業大学大学院准教授　工学研究院建設社会工学研究系
（〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町1-1）
[2]フェロー会員　Ph.D.　九州工業大学大学院教授　工学研究院建設社会工学研究系（同上）
[3]学生会員　九州工業大学大学院　工学府建設社会工学専攻博士前期課程（同上）

An estimation method for discharge hydrograph in rectangular channel was examined. The method, which was based on one-dimensional shallow water equations and characteristics curves equations, used the time variation of water surface profile and roughness coefficient on the boundary as input conditions of analysis and estimated the roughness coefficient. The method was verified against numerical results on uniform, non-uniform flow and experimental data on non-uniform and unsteady flows. It shows that proposed method can predict the discharge hydrograph with reasonable accuracy, and it is necessary for the method to improve in a prediction of the roughness coefficient.

Key Words : *discharge, manning roughness coefficient, time variation of water surface profile, rectangular channel, steady and unsteady flow*

1．はじめに

近年，安全・安心が持続可能な河川管理が求められている．河川の維持管理は本格的な計画型管理へと移行しおり，平成23年には河川砂防技術基準維持管理編[1)]が策定されている．

河川維持管理を行う上で，洪水時の水位，流量，抵抗特性の時空間変化等を総合的に把握することが重要となる[2)]．これらのデータを蓄積することで，河道の現状を把握することが可能となり，維持管理のための貴重な情報になると考えられる．

近年，水位については，多点での連続観測が行われるようになっており，水面形の経時変化が観測されるようになってきている[2)]．一方で，流量や抵抗特性に関する観測結果は，水位程，データは整備されていない．そのため，これらの情報を得ることを目的に，水面形の観測結果と数値モデルによる解析結果を同化させ，流量や抵抗特性の縦断変化の情報を得ることが可能な数値モデルの開発[3),4),5),6),7),8)]が行われており，いずれのモデルも任意の地点での流量や抵抗特性の変化等を推定可能であることが示されている．観測結果と解析結果との同化には，複数の解析条件での解析が不可欠となる．例えば，粒子フィルタを用いた解析[5)]では，1080個の解析条件が必要となる．

本研究は，以上のような背景を踏まえ，データ同化のような複数条件下での解析が必要なく，観測した水面形の経時変化に基づき，流量と粗度係数の時空間推定法を新たに提案するとともに，最も単純な矩形断面での等流や不等流計算結果，不等流および不定流の実験結果に適用し，その予測精度について検討したものである．

2．水面形の経時変化を用いた流量と粗度係数の推定法の概要

本推定法は，水面形状の経時変化と境界での粗度係数を与条件として，1次元浅水流方程式に基づき，特性速度により洪水波の伝播を考慮し，①流量(本研究では単位幅流量となる)と②境界を除く粗度係数の時空間分布を推定する手法である．なお，流れは常流を対象とする．

以下では，その概要を示す．

(1) 基礎方程式

基礎方程式は，式(1)の1次元浅水流方程式である．

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t}+\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial x}+\boldsymbol{S}=\boldsymbol{0}$$
$$\boldsymbol{U}=\begin{pmatrix} h & q \end{pmatrix}^T;\boldsymbol{E}=\begin{pmatrix} q & \dfrac{q^2}{h}+\dfrac{1}{2}gh^2 \end{pmatrix}^T; \tag{1}$$
$$\boldsymbol{S}=\begin{pmatrix} 0 & -ghS_0+ghS_f \end{pmatrix}$$

ここに，$\boldsymbol{U}$=保存量ベクトル，$\boldsymbol{E}$=流束ベクトル，$\boldsymbol{S}$=発生項・消滅項ベクトル，h＝水深，q＝単位幅流量，g＝重力加速度，S_0＝水路床勾配，z_b＝水路床高，S_f＝x方向の摩擦勾配である．水路床勾配S_0と摩擦勾配S_fはそれぞれ式(2)で計算される．

$$S_{0x}=-\partial z_b/\partial x\ ,\quad S_{fx}=n^2u\left|u\right|/R^{4/3} \tag{2}$$

ここに，n=マニングの粗度係数，u=流速(=q/h)，R=径深である．

浅水流方程式は双曲型の偏微分方程式であるので，式(3)の流束ヤコビアン$\boldsymbol{J}$は対角化可能であり，固有値$\boldsymbol{\Lambda}$，右固有行列$\boldsymbol{R}$，左固有行列$\boldsymbol{R}^{-1}$を得ることができる．

$$\boldsymbol{J}=\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial \boldsymbol{U}}=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ c^2-u^2 & 2u \end{pmatrix}=\boldsymbol{R\Lambda R}^{-1};$$
$$\boldsymbol{\Lambda}=\begin{pmatrix} u+c & 0 \\ 0 & u-c \end{pmatrix}; \tag{3}$$
$$\boldsymbol{R}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ u+c & u-c \end{pmatrix};\boldsymbol{R}^{-1}=\frac{1}{2c}\begin{pmatrix} -(u-c) & 1 \\ u+c & -1 \end{pmatrix}$$

ここに，u=流速，c=波速(=$(gh)^{0.5}$)である．式(1)を対角化し，ヤコビアン$\boldsymbol{J}$を対象とする時間と空間で一定とし，右固有行列を両辺にかけると，式(4)の2つの独立したスカラー方程式を得る．

$$\frac{\partial \boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{U}}{\partial t}+\boldsymbol{\Lambda}\frac{\partial \boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{U}}{\partial x}=-\boldsymbol{R}^{-1}\left(\boldsymbol{S}\right) \tag{4}$$

式(4)の左辺は，スカラーの波動方程式であり，$\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{U}$が洪水波の伝播速度である特性速度$u+c$と$u-c$で伝播することを示している．

また，式(1)からは，式(5)の特性曲線式を導くことができる．

$$\frac{\partial(u+2c)}{\partial t}+(u+c)\frac{\partial(u+2c)}{\partial x}=g\left(S_0-S_f\right) \tag{5}$$
$$\frac{\partial(u-2c)}{\partial t}+(u-c)\frac{\partial(u-2c)}{\partial x}=g\left(S_0-S_f\right)$$

(2) 方程式の離散化

本推定法では，式(1)の連続の式を流量ハイドログラフの推定に，式(1)の運動量の保存式を粗度係数の推定に，式(5)を境界条件に用いた．以下では，各方程式の離散化について示す．

式(1)の離散化には，式(1)を対角化することで得られた式(4)に風上差分を適用し，右固有行列$\boldsymbol{R}$をかけることで元の方程式に変換することで求められる流束差分離[9]を用いた．離散化された連続の式と運動方程式は，式(6)に示す通りである．なお，発生・消滅ベクトルについても，数値流束と同様に特性速度で風上化を行った[10]．

$$\frac{\boldsymbol{U}_i^{t+\Delta t}-\boldsymbol{U}_i^t}{\Delta t}+\frac{1}{\Delta x}\left(\boldsymbol{E}_{i+1/2}^{*t}-\boldsymbol{E}_{i-1/2}^{*t}\right)+\boldsymbol{S}_{i+1/2}^{t*-}+\boldsymbol{S}_{i-1/2}^{t*+}=\boldsymbol{0} \tag{6}$$

ここに，t=時間に対する添え字，i=空間に対する添え字，$\boldsymbol{E}^{*t}{}_{i+1/2}$，$\boldsymbol{S}^{*t}{}_{1i\pm1/2}$は，式(7)で表される数値流束である．

$$\boldsymbol{E}_{i+1/2}^{*t}=\frac{1}{2}\left[\boldsymbol{E}_{i+1}^t+\boldsymbol{E}_i^t-\sum_{j=1}^{2}\tilde{\alpha}^j\left|\tilde{\lambda}^j\right|\tilde{\boldsymbol{e}}^j\right];$$
$$\boldsymbol{S}_{1i+1/2}^{t*\pm}=\frac{1}{2}\left[\tilde{\boldsymbol{S}}_{i+1/2}^t\pm\sum_{j=1}^{2}\frac{\left|\tilde{\lambda}^j\right|}{\tilde{\lambda}^j}\tilde{\beta}^j\tilde{\boldsymbol{e}}^j\right] \tag{7}$$

式中の記号は，以下の通りである．

$$\begin{pmatrix}\tilde{\lambda}^1\\ \tilde{\lambda}^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\tilde{u}+\tilde{c}\\ \tilde{u}-\tilde{c}\end{pmatrix};\tilde{\boldsymbol{e}}^1=\begin{pmatrix}1\\ \tilde{u}+\tilde{c}\end{pmatrix};\tilde{\boldsymbol{e}}^2=\begin{pmatrix}1\\ \tilde{u}-\tilde{c}\end{pmatrix};$$
$$\begin{pmatrix}\tilde{\alpha}^1\\ \tilde{\alpha}^2\end{pmatrix}=-\frac{1}{2\tilde{c}}\begin{pmatrix}\tilde{\lambda}^2\left(h_{i+1}-h_i\right)-\left(q_{i+1}-q_i\right)\\ -\tilde{\lambda}^1\left(h_{i+1}-h_i\right)+\left(q_{i+1}-q_i\right)\end{pmatrix};$$
$$\tilde{\boldsymbol{S}}_{i+1/2}^t=\begin{pmatrix}0\\ g\tilde{h}\left\{\left(z_{bi+1}-z_{bi}\right)+S_{fi+1/2}dx\right\}\end{pmatrix}; \tag{8}$$
$$\begin{pmatrix}\tilde{\beta}^1\\ \tilde{\beta}^2\end{pmatrix}=\frac{\tilde{\boldsymbol{S}}_{i+1/2}^t}{2\tilde{c}}\begin{pmatrix}1\\ -1\end{pmatrix};\tilde{u}=\left(u_{i+1}\sqrt{h_{i+1}}+u_i\sqrt{h_i}\right)/\left(\sqrt{h_{i+1}}+\sqrt{h_i}\right);$$
$$\tilde{c}=\sqrt{g\left(h_{i+1}+h_i\right)/2};$$

(3) 流量の推定式

式(6)の連続の式の離散化式を，単位幅流量q_iに関する連立2次方程式として整理すると，式(9)が得られる．

$$\left(q_{i+1}-q_{i-1}\right)-\left(D_{i+1/2}-D_{i-1/2}\right)=-\frac{2\Delta x}{\Delta t}\left(h_i^{t+\Delta t}-h_i\right) \tag{9}$$

式中の記号の定義は，式(10)に示す通りである．

$$D_{i+1/2}=-A_{i+1/2}\left(\frac{{q_{i+1}}^2}{h_{i+1}}+2\frac{q_{i+1}q_i}{\sqrt{h_{i+1}}\sqrt{h_i}}+\frac{{q_i}^2}{h_i}\right)+$$
$$B_{i+1/2}\left(\frac{{q_{i+1}}^2}{\sqrt{h_{i+1}}}-\frac{q_{i+1}q_i}{\sqrt{h_{i+1}}}+\frac{q_{i+1}q_i}{\sqrt{h_i}}-\frac{{q_i}^2}{\sqrt{h_i}}\right)+ \tag{10}$$
$$\tilde{c}_{i+1/2}\left(h_{i+1}-h_i\right)+\tilde{c}_{i+1/2}\left(z_{bi+1}-z_{bi}\right)$$
$$A_{i+1/2}=\frac{1}{\tilde{c}_{i+1/2}}\frac{\left(h_{i+1}-h_i\right)-\mathrm{sgn}\left(\tilde{u}_{i+1/2}\right)\tilde{c}_{i+1/2}{}^2\dfrac{{n_{i+1/2}}^2}{\tilde{R}_{i+1/2}{}^{4/3}}\Delta x}{\left(\sqrt{h_{i+1}}+\sqrt{h_i}\right)^2};$$
$$B_{i+1/2}=\frac{1}{\tilde{c}_{i+1/2}}\frac{1}{\sqrt{h_{i+1}}+\sqrt{h_i}};\mathrm{sgn}(a)=\begin{cases}1 & a>0\\ -1 & a\le 0\end{cases}$$

式(9)の解法には，準2次元解析で分割断面内の流速を求める方法[11]と同様な逐次近似法を用いた．その概要は以下の通りである．

まず，求める単位幅流量q_i^tを，偏差成分Δq_i^tを用いて式 (11)のように表した．当然ながら，式(9)を満たす単位幅流量はΔq_i^t=0である．

$$q_i^t=q_i^{k+1}=q_i^k+\Delta q_i^k \tag{11}$$

次に，式(11)を式(9)に代入し，式変形の過程で，最終

的には微小な値となるΔq_i^tに関する二乗の項について無視することで，式(9)が式(12)に示される偏差成分Δq_i^tに関する連立1次方程式に整理される．

$$\left(-G_{i-1/2}-1\right)\Delta q_{i-1}^k+\left(G_{i+1/2}-H_{i-1/2}\right)\Delta q_i^k+\left(H_{i+1/2}+1\right)\Delta q_{i+1}^k=L_i \tag{12}$$

ここに式中の記号の定義は，式(13)に示す通りである．

$$G_{i+1/2}=2A_{i+1/2}\left(\frac{q_{i+1}^k}{\sqrt{h_{i+1}}\sqrt{h_i}}+\frac{q_i^k}{h_i}\right)-B_{i+1/2}\left(\frac{q_{i+1}^k-2q_i^k}{\sqrt{h_i}}-\frac{q_{i+1}^k}{\sqrt{h_{i+1}}}\right)$$

$$H_{i+1/2}=2A_{i+1/2}\left(\frac{q_{i+1}^k}{h_{i+1}}+\frac{q_i^k}{\sqrt{h_{i+1}}\sqrt{h_i}}\right)-B_{i+1/2}\left(\frac{2q_{i+1}^k-q_i^k}{\sqrt{h_{i+1}}}+\frac{q_i^k}{\sqrt{h_i}}\right)$$

$$L_i=-\left(q_{i+1}^k-q_{i-1}^k\right)-\left(M_{i+1/2}-M_{i-1/2}\right)-\frac{2\Delta x}{\Delta t}\left(h_i^{t+\Delta t}-h_i\right)+\tilde{c}_{i+1/2}\left\{h_{i+1}+z_{bi+1}-\left(h_i+z_{bi}\right)\right\}-\tilde{c}_{i-1/2}\left\{h_i+z_{bi}-\left(h_{i-1}+z_{bi-1}\right)\right\}$$

$$M_{i+1/2}=A_{i+1/2}\left(\frac{\left(q_{i+1}^{k\ 2}\right)}{h_{i+1}}+2\frac{\left(q_{i+1}^k q_i^k\right)}{\sqrt{h_{i+1}}\sqrt{h_i}}+\frac{\left(q_i^{k2}\right)}{h_i}\right)-B_{i+1/2}\left(\frac{\left(q_{i+1}^{k\ 2}\right)}{\sqrt{h_{i+1}}}+\left(\frac{1}{\sqrt{h_i}}-\frac{1}{\sqrt{h_{i+1}}}\right)\left(q_{i+1}^k q_i^k\right)-\frac{\left(q_i^{k2}\right)}{\sqrt{h_i}}\right) \tag{13}$$

最後に，後述する境界条件の下で，各格子点での式(13)で構成される式(14)の連立1次方程式を解くことで，偏差成分Δq_i^tを求める．このΔq_i^tを用いて，式(11)で単位幅流量q_i^{k+1}を更新し，$\Delta q_i^k \leqq EPS$となるまで計算を続けることで，最終的に単位幅流量q_i^tを求める．ここに，EPSは非常に小さな値であり，ここではEPS=1.0×10^{-10}とした．

$$\begin{pmatrix} G_{3/2}-H_{1/2} & H_{3/2}+1 & & & & & \\ -G_{3/2}-1 & G_{5/2}-H_{3/2} & H_{5/2}+1 & & & & \\ & \vdots & \vdots & & & & \\ & -G_{i-1/2}-1 & G_{i+1/2}-H_{i-1/2} & H_{i+1/2}+1 & & & \\ & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\ & & & -G_{n-3/2}-1 & G_{n-1/2}-H_{n-3/2} & H_{n-1/2} & \\ & & & & -G_{n-1/2}-1 & G_{n+1/2}-H_{n-1/2} & \end{pmatrix}\begin{pmatrix}\Delta q_1^k\\ \Delta q_2^k\\ \vdots\\ \Delta q_i^k\\ \vdots\\ \Delta q_{n-1}^k\\ \Delta q_n^k\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}L_1\\ L_2\\ \vdots\\ L_i\\ \vdots\\ L_{n-1}\\ L_n\end{pmatrix} \tag{14}$$

(4) 境界条件

水路の上下流境界端では，水位ハイドログラフが既知であるので，式(5)の特性曲線式に基づく境界条件を与えることで，単位幅流量を推定した．

a) 上流端境界条件

境界上の格子番号をi-1とすると，上流端境界条件は式(15)で与えられる．

$$\frac{q_{i-1}}{h_{i-1}}^t=\frac{R_{i-1}^{t\ 4/3}}{g\Delta t n_{i-1}^{\ 2}}\left[-1+\sqrt{1+\frac{2g\Delta t n_{i-1}^{\ 2}}{R_{i-1}^{t\ 4/3}}\left\{\frac{q_d}{h_d}^{t-1}+2\sqrt{gh_{i-1}^t}-2\sqrt{gh_d^{t-1}}+g\Delta t S_{0i-1/2}-\frac{g}{2}\Delta t\frac{n_d^{\ 2}}{R_d^{t-1^{4/3}}}\left(\frac{q_d^{t-1}}{h_d^{t-1}}\right)^2\right\}}\right] \tag{15}$$

$$x_d=\left(\frac{q_{i-1}}{h_{i-1}}^t-\sqrt{gh_{i-1}^t}+\frac{q_d}{h_d}^{t-1}-\sqrt{gh_d^{t-1}}\right)\frac{\Delta t}{2}$$

ここに，q_d，h_dは上流端よりx_d下流側での単位幅流量，水深であり，格子点iとi-1の諸量を線形補間し求めた．

b) 下流端境界条件

境界上の格子番号をi+1とすると，上流端境界条件は式(16)で与えられる．

$$\frac{q_{i+1}}{h_{i+1}}^t=\frac{R_{i+1}^{t\ 4/3}}{g\Delta t n_{i+1}^{\ 2}}\left[-1+\sqrt{1+\frac{2g\Delta t n_{i+1}^{\ 2}}{R_{i+1}^{t\ 4/3}}\left\{\frac{q_u}{h_u}^{t-1}+2\sqrt{gh_u^{t-1}}-2\sqrt{gh_{i+1}^t}+g\Delta t S_{0i-1/2}-\frac{g}{2}\Delta t\frac{n_u^{\ 2}}{R_u^{t-1^{4/3}}}\left(\frac{q_u^{t-1}}{h_u^{t-1}}\right)^2\right\}}\right] \tag{16}$$

$$x_u=\left(\frac{q_{i+1}}{h_{i+1}}^t+\sqrt{gh_{i+1}^t}+\frac{q_u}{h_u}^{t-1}+\sqrt{gh_u^{t-1}}\right)\frac{\Delta t}{2}$$

ここに，q_u，h_uは下流端よりx_u上流側での単位幅流量，水深であり，格子点iとi-1の諸量を線形補間し求めた．

上下流境界条件のいずれも，$|x_u^{k+1}-x_u^k|\leqq EPS$，$|x_d^{k+1}-x_d^k|\leqq EPS$を満たすまで，式(15)と(16)で$q_{i\pm1}^k$と$x_u^k$と$x_d^k$を更新する．ここに，$k$=繰り返し回数である．

(5) 粗度係数の推定

粗度係数の推定は，式(17)の摩擦勾配の影響を無視した運動方程式から求めた単位幅流量q'と式(10)中の摩擦勾配を0とし式(9)を解くことで得られる単位幅流量q''とを用いて式(18)より算定した．式(10)中の摩擦勾配を0とし式(9)を解くことは，式(1)の離散化の際に，摩擦勾配を式(6)のように風上化するのではなく，格子の中心点で離散化したことになる．従って，単位幅流量q''は，格子の中心点で離散化した時の摩擦勾配の影響を含んだ流量となる．式(10)で摩擦勾配の影響を考慮した場合，粗度係数を求めるには連立方程式を解く必要があり，計算の簡略化のためにこのような処理をした．また，推定された粗度は，時刻t-Δtのものであるが，この粗度を時刻tのものとして，式(10)および式(15)と(16)の計算を行った．

$$\frac{q_i'^t-q_i^{t-1}}{\Delta t}+\frac{1}{2\Delta x}\left[\left(\frac{q_{i+1}^{t\ 2}}{h_{i+1}}+\frac{q_i^{t\ 2}}{h_i}+\frac{g}{2}\left(h_{i+1}^{\ 2}+h_i^{\ 2}\right)-N_{i+1/2}\right)-\left(\frac{q_i^{t\ 2}}{h_i}+\frac{q_{i-1}^{t\ 2}}{h_{i-1}}+\frac{g}{2}\left(h_i^{\ 2}+h_{i-1}^{\ 2}\right)-N_{i-1/2}\right)+\left\{\tilde{c}_{i+1/2}^{\ 2}\left(z_{bi+1}-z_{bi}\right)-\tilde{u}_{i+1/2}\tilde{c}_{i+1/2}\left(z_{bi+1}-z_{bi}\right)\right\}+\left\{\tilde{c}_{i-1/2}^{\ 2}\left(z_{bi}-z_{bi-1}\right)+\tilde{u}_{i-1/2}\tilde{c}_{i-1/2}\left(z_{bi}-z_{bi-1}\right)\right\}\right]=0 \tag{17}$$

$$N_{i+1/2}=\begin{cases}-\dfrac{1}{2\tilde{c}_{i+1/2}}\left\{\left(\tilde{u}_{i+1/2}-\tilde{c}_{i+1/2}\right)\left(h_{i+1}-h_i\right)-\left(q_{i+1}-q_i\right)\right\}\left|\tilde{u}_{i+1/2}+\tilde{c}_{i+1/2}\right|\left(\tilde{u}_{i+1/2}+\tilde{c}_{i+1/2}\right)\\ -\dfrac{1}{2\tilde{c}_{i+1/2}}\left\{-\left(\tilde{u}_{i+1/2}+\tilde{c}_{i+1/2}\right)\left(h_{i+1}-h_i\right)+\left(q_{i+1}-q_i\right)\right\}\left|\tilde{u}_{i+1/2}-\tilde{c}_{i+1/2}\right|\left(\tilde{u}_{i+1/2}-\tilde{c}_{i+1/2}\right)\end{cases}$$

$$n_i^{t-1}=\sqrt{-\left(q_i''^t-q_i'^t\right)R_i^{4/3}h_i/gq_i^{\ 2}} \tag{18}$$

(6) 入力条件

入力条件は，**図-1**に示すような各格子点での水位ハイドログラフと境界での粗度係数である．なお，水位ハイドログラフを線形補間した場合には，流量ハイドログラフの解析結果に不連続な値が発生した．これを避けるために，水位ハイドログラフにはあらかじめ3次スプライン補間[12)]を施している．

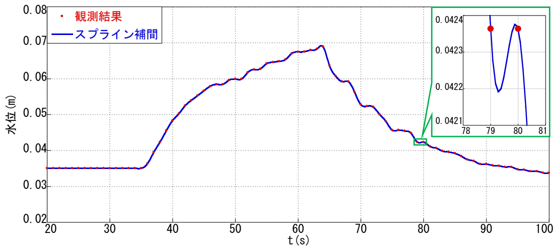

図-1 水位の観測結果と3次スプライン補間

条件を入力:水面形状の経時変化
境界での粗度係数

境界でのq_i^tの推定:式(15)と(16)より$q_{i\pm1}^k$とx_u^kとx_d^kを更新.
$|x_u^{k+1}-x_u^k| \leq EPS$, $|x_d^{k+1}-x_d^k| \leq EPS$になるまで繰り返し

q_i^tの推定:式(11)よりq_i^{k+1}を更新.
$\Delta q_i^t \leq EPS$になるまで繰り返し

n_i^{t-1}の推定:式(18)

図-2 計算手順の概要

以上の流量および粗度係数の推定手順の概要を**図-2**に示す.

3. 結果と考察

以下では,本推定法の妥当性について検証を行う.まず,最も単純な等流状態と不等流計算から得られた理想的な状態での水位を用いて,流量と粗度係数の再現性を検討する.次に,不等流,不定流の実験結果に適用し,流量及び粗度係数の再現性について検討する.

(1) 等流と不等流解析への適用

はじめに,理想的な状況下での本推定法の等流と不等流への適用性について,等流,不等流計算の結果に基づき検討した.本検討に用いた等流水深,粗度係数,水路床勾配を**表-1**に示す.不等流計算では,単位幅流量2.0(m^2/s),粗度係数0.04(m$^{-1/3}$s)を与え,水面形が堰上げ背水曲線(M1曲線)および低下背水曲線(M2曲線)となるように,下流端水深をそれぞれ2.1mと1.4mに設定した.

図-3は,マニングの式より得られる流量と推定流量,与条件の粗度係数と推定粗度係数の比較を行ったものである.これより,本推定法は当然ながら,単位幅流量および粗度係数のいずれも精度よく再現できることが確認できる.

図-4は,本推定法から得られた流量および粗度係数の空間分布を示したものである.水面形を入力条件として**図-4**を与え,本推定法の適用区間を検討する目的で,上流側の等流状態を含むRunM1-1とM2-1(x=0~2,000m),等流状態を含まないRunM1-2とM2-2(x=1,500~2,000m)を実施した.これより,本推定法は,適用区間に関係なく,(1)下流側で流量および粗度係数に若干の誤差があるものの,(2)いずれの区間についても流量と粗度係数を概ね再現できること,などが確認できる.下流側での流量および粗度係数の解析条件との相対誤差の最大値は,流量で

表-1 等流計算に用いた諸量

Run名	等流水深h(m)	粗度係数n(m$^{-1/3}$s)	勾配I
RunA	0.1	0.01	0.001
RunB			0.00125
RunC			0.002
RunD		0.02	0.0025
RunE			0.005
RunF			0.008
RunG		0.04	0.0125
RunH			0.02
RunI			0.025

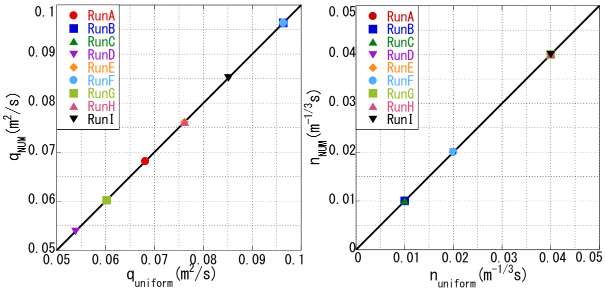

図-3 等流計算に基づく検討(左:単位幅流量, 右:粗度係数)

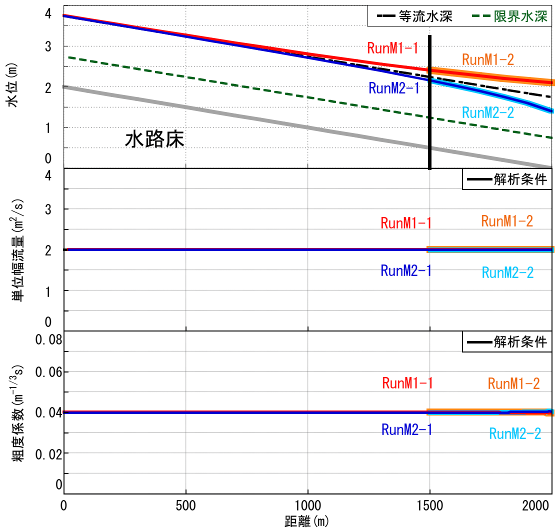

図-4 不等流計算に基づく検討

0.87%,粗度係数で1.6%であった.なお,粗度係数を推定せず,解析条件の値を用いた場合には,流量の相対誤差は最大で0.8%であった.このことから,本手法の粗度係数の変化に対する流量のレスポンスは,さほどシビアではなく,一方,その逆はシビアであると考えられる.

このように,本推定方法は,理想的な状況下での等流および不等流について,流量・粗度係数については十分な精度で再現できることが確認された.

(2) 不等流・不定流の実験結果への適用

次に,本推定法を実験結果に適用し,測定結果に誤差が含まれる状況での適用性について検討した.

a) 実験の概要

実験装置は,**図-5**に示す長さ8m,幅0.4mの水路である.水路床勾配は1/1,000に設定されている.下流端には堰が設置されており,堰高によって水位を調節できるようになっている.また,上流端では,二つのポンプにより流入流量が調整される.なお,等流実験より,同水路の粗度係数n=0.010(m$^{-1/3}$s)であることが確認されている.

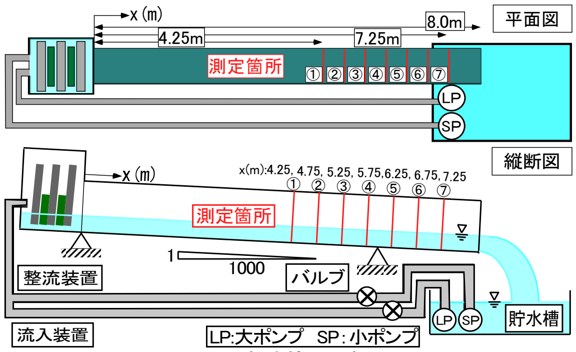

図-5 実験装置の概要

流れは不等流(CaseS)および不定流(CaseU)とし，CaseSについては，上流から一定流量Q=0.00104(m^3/s)(単位幅流量q=0.0026(m^2/s))を供給し，水面形が堰上げ背水(CaseS-M1)と低下背水(CaseS-M2)となるように，下流端の堰高を設定した．CaseUでは上流から一定流量Q=0.0059(m^3/s) (単位幅流量q=0.015(m^2/s))を供給し定常状態とした後，計測開始時間から30秒後に2台目のポンプをQ=0.012(m^3/s)(単位幅流量q=0.030(m^2/s))で稼働させ，60秒後に停止させた．下流端の堰高は，初期の水面形が，堰上げ背水(CaseU-M1)と低下背水(CaseU-M2)となるように設定した．

測定項目は，水位H(m)，単位幅流量q(m^2/s)である．水位については，CaseSではポイントゲージで，CaseUではビデオカメラで撮影した画像を画像解析することで，**図-5**の測定点①～⑦で観測を行った．単位幅流量については，CaseSでは水をバケツで回収することで，CaseUでは，直径約5mmの発砲スチロール球を流し，その動きをビデオカメラで撮影しPTV解析を行うことで水表面流速を測定し，これに対数則により得られる水表面流速と水深平均流速の比をかけることで，水深平均流速を求め，この水深平均流速と水位観測より得られる水深により単位幅流量を求めた．CaseU-M1では測定点①，③，⑦，CaseU-M2では測定点②，④，⑦で観測を行った．

b) 解析の概要

解析では，測定位置と同様な位置に格子点を設け，各観測地点での水位の経時変化と上下流端の粗度係数を与えた．なお，CaseU-M1については，水位の空間変化が明確になるように，格子間隔をCaseU-M2の2倍とした．

c) 不等流実験結果に基づく検証

図-6は，CaseSの流量と粗度係数の空間分布の実験結果と推定値を比較したものである．これより，本推定法は，(1)いずれのCaseについても流量には若干の差があり，その誤差は最大で8.2%であること，(2)粗度係数についてはいずれのCaseも中流で誤差が大きくなり，その誤差は最大で35%であること，などが確認できる．一方，粗度を一定として流量を推定した場合，その相対誤差は推定粗度の場合と同程度であった．従って，この誤差は水位の測定誤差に起因すると考えられる．水位の測定結果と不等流解析より得られた水位とを比較したところ，その差は0.10～1.01%程度であり，水面形測定誤差は，単位幅流量にシビアにレスポンスすると考えられる．特に堰上げ背水の場合に，そのような傾向にあった．

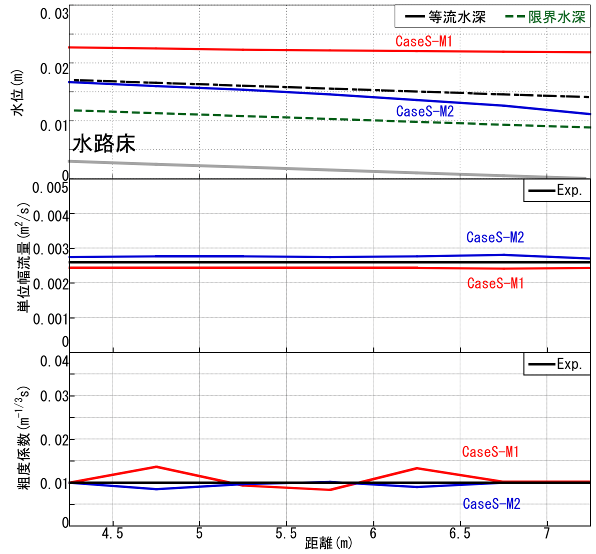

図-6 不等流実験に基づく検討

d) 不定流実験結果に基づく検証

図-7は，CaseUについて，水面形の経時変化，流量ハイドログラフの実験結果と推定値との比較，粗度係数の経時変化と等流実験より求めた粗度係数との比較を行ったものである．なお，図中の測定点③，④のグラフについては，等流実験より求めた粗度係数を用いて推定した単位幅流量についてもあわせて示している．これより，水面形の経時変化から，(1)CaseU-M1では増水時には水面勾配は順勾配となるが，減水時には逆勾配となること，(2)CaseU-M2では増水，減水時のいずれも概ね順勾配であること，などが確認できる．流量ハイドログラフおよび粗度係数の比較から，本推定法は，(1)流量ハイドログラフの波形，(2)ピーク流量などの実験結果を再現しているが，一方で，(3)CaseU-M1のように水面勾配が逆勾配となる減水時については予測精度が下がる．また，CaseU-M1の測定点③やCaseU-M2の測定点④では，流量が振動するなど，精度が十分ではないこと，などが確認できる．これは，同図に示す粗度を一定とした場合の推定ではこのような振動が生じていないことから，**図-7**に示す粗度係数の経時変化の振動が要因であり，このような振動は，**図-1**の拡大図に示すような水位の3次スプライン補間の際に振動が生じた区間で起こっていた．このことを踏まえると，不定流を対象にする場合，水位の補間方法や粗度係数の推定方法について，振動を防ぐための有理関数スプライン補間や連立方程式を解く粗度推定法の導入など，さらなる改善が必要であると考えられる．

このように，本推定法は，不等流・不定流の実験結果に対して，粗度係数の推定には誤差があるものの，流量を十分な精度で推定できることが確認された．これは，流量推定は，連続の式に基づいており，上述したように，粗度係数の変化に対する流量のレスポンスは，さほどシビアではないためだと考えられる．

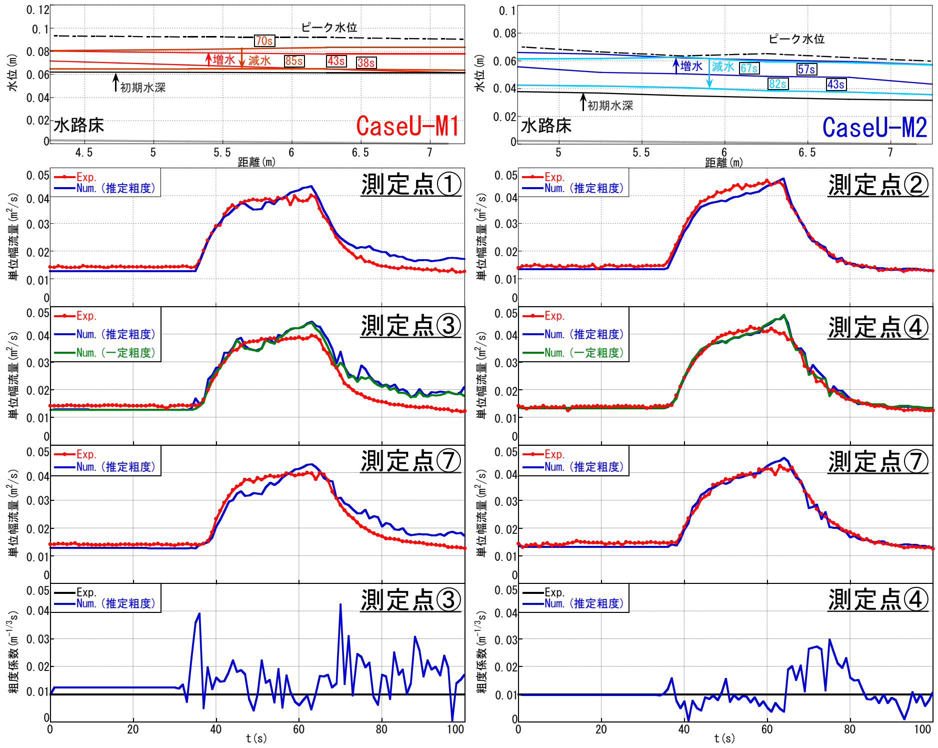

図-7 不定流実験に基づく検討（左:CaseU-M1，右:CaseU-M2）

4．おわりに

本研究では，水面形の経時変化に基づき，流量と粗度係数の時空間推定法を新たに提案するとともに，その予測精度について検討した．その結果，本推定方法は，(1)粗度係数の推定精度には問題が残るものの，(2)不等流および不定流の流量について，十分な精度で推定可能であることなどが確認された．今後は，水位の補間や粗度係数の推定方法について改善を加えるとともに，本推定法の複雑な縦横断面形状や河床変動下での流れ，実河道への適用性について検討したいと考えている．

謝辞：本研究は，科学研究費補助金若手研究B(課題番号：25820225，研究代表者：重枝未玲)の助成を受けたものである．また，本研究を遂行するにあたり，本学学部生の田口英司君，大枝世奈さんには多大な協力を得た．ここに記して感謝の意を表します．

参考文献

1) 国土交通省：河川砂防技術基準維持管理編，http://www.mlit.go.jp/river/shishin_guideline/gijutsu/gijutsukijun/ijikanri/kasen/pdf/gijutsukijun.pdf，2011.
2) 国土交通省：河川砂防技術基準調査編，http://www.mlit.go.jp/river/shishin_guideline/gijutsu/gijutsukijun/chousa/pdf/00.pdf，2012.
3) 福岡捷二，渡邊明英，原俊彦，秋山正人：水面形の時間変化と非定常二次元解析を用いた洪水流量ハイドログラフと貯留量の高精度推算，土木学会論文集，No.761//II-67，pp.45-56，2004.
4) 福岡捷二，佐藤宏明，藤澤寛，大沼史佳：洪水流と河道の樹木繁茂形態に基づく樹木群透過係数と粗度係数の算定法，水工学論文集，第51巻，pp.607-612，2007.
5) 立川康人，須藤純一，椎葉充晴，萬和明，キムスンミン：粒子フィルタを用いた河川水位の実時間予測手法の開発，水工学論文集，第55巻，pp.S511-S516，2011.
6) キムヨンス，立川康人，萬和明，キムスンミン：粒子フィルタと洪水追跡モデルを用いた水位流量曲線の作成および補正手法の開発，河川技術論文集，第20巻，pp.361-366，2014.
7) 吉田圭介，石川忠晴：Adjoint法による流量ハイドログラフ推定法に関する研究，土木学会論文集B1（水工学），Vol.68，No. 4，pp.I_1261-I_1266，2012.
8) 吉田圭介，石川忠晴：変分法と浅水流モデルを併用した河床粗度の推定法に関する研究，水工学論文集，第54巻，p.991-996，2010.
9) Roe, P. L.: Approximate Riemann solvers, parameter vectors and difference schemes, *Journal of Computational Physics*, Vol.43, pp.357-372, 1981.
10) Bermudez, A. and Vazquez, M.: Upwind methods for hyperbolic conservation laws with source terms, Computers Fluids, Vol.8, No.8, pp.1049-1071, 1994.
11) 本間仁，荻原国宏，田中寿美，織田友恵，李美英：エクセル河川工学入門，山海堂，2004.
12) Press, H.W., Teukolsky, A.S., Vetterling, T. W., Flannery, P. B.: ニューメリカルレシピ・イン・シー 日本語版—C言語による数値計算のレシピ，技術評論社，1993.

（2015. 9. 30受付）